

Zentrale Klausur 2013

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{3}{6}x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f'''(x) = 1$$

Nr. 1 a

$$(1) f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{6}x^2 - 2x = 0$$

$$f''(0) = -2 < 0 \Rightarrow \text{Hochpunkt}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{3}{6}x - 2 = 0$$

$$f''(4) = 2 > 0 \Rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{3}{6}x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow H(0|4)$$

$$f(4) = -\frac{4}{3} \Rightarrow T(4|-\frac{4}{3})$$

Der Hochpunkt befindet sich im Punkt $H(0|4)$ und der Tiefpunkt im Punkt $T(4|-\frac{4}{3})$

$$(2) \frac{4 - (-\frac{4}{3})}{0 - 4} = -\frac{4}{3}$$

Die Steigung der Gerade beträgt $-\frac{4}{3}$.

05.06.2013

Zentrale Klausur

$$f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

a)

(1)

Hinr. Bed.: $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$\Leftrightarrow f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$| : \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 - 4x$$

$$| + 4x$$

$$\Leftrightarrow 4x = x^2 \vee 0 = x(x-4) \quad | : x$$

$$\Leftrightarrow 4 = x \vee 0 = x$$

$$x = 4 \vee 0$$

Notw. Bed.: $f''(x) \neq 0$

$$\Leftrightarrow f''(x) = x - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(4) = 4 - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(4) = 2$$

$$f''(0) = 0 - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(0) = -2$$

$$f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(4) = \frac{32}{3} - 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(4) = -1\frac{1}{3}$$

A: Die Lösung ist die y-Koordinate vom Tiefpunkt, da die Hinreichende Bedingung positiv ist.
 $f(4) = -1\frac{1}{3}$

$$f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$1) f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2x = 0 \quad | \cdot 2$$

$$f'(x) = x^2 - 4x = 0$$

$$f'(x) = x(x-4) = 0$$

$$(\Rightarrow) x = 0 \vee x = 4$$

$$f''(x) = 0 - 2 = -2 < 0 \hat{=} \text{Hochpunkt}$$

$$f''(x) = 4 - 2 = 2 > 0 \hat{=} \text{Tiefpunkt}$$

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4 = 4 \quad H(0|4)$$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4 = -\frac{4}{3} \quad T(4|-\frac{4}{3})$$

2)

$$f'(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$$

$$f'(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 = 0$$

A: Die Steigung der beiden Extrema beträgt 0.

$$b) f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4 = 1,3$$

$P(2|1,3)$ liegt ziemlich genau auf der Schnittstelle beider Bereiche, aber nicht exakt, da beim einsetzen von 2 in die Fkt. 1,3 rauskommt, nicht 1,3, ~~da~~ deswegen ist $P(2|1,3)$ in Bereich A einzuordnen.

$$1) (1) f(x) = \frac{1}{6} x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = 0,5x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 1x - 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0,5x^2 - 2x$$

$$0 = x \cdot (0,5x - 2)$$

$$x = 0 \quad \vee \quad 0 = 0,5x - 2$$

$$2 = 0,5x$$

$$x = 4$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 4$$

Hinreichende Bedingung:

$$f''(0) = -2 < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

$$f''(4) = 2 > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

y-Koordinaten:

$$f(0) = 4$$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$= -\frac{4}{3}$$

Der lokale Hochpunkt liegt bei $(0/4)$ und der lokale Tiefpunkt bei $(4/-\frac{4}{3})$.

05. Juni. 13

Zentrale Klausur 2013

Aufgabe 11

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - x^2 + 4$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | :x \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \quad | +4 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = \pm 2 \end{aligned}$$

a) Notwendige Bedingung:

$$f'(x) = 0$$

~~$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$~~
 ~~$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$~~
 ~~$\Leftrightarrow x^2 = 4$~~
 ~~$\Leftrightarrow x = \pm 2$~~
 $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$
 $\Leftrightarrow x(0,5x-1) = 0$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(\frac{1}{2}x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee \frac{1}{2}x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

Eigentlich $\rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 2$

Hinreichende Bedingung

$$f''(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\Leftrightarrow f''(2) = 1 > 0$$

\rightarrow Tiefpunkt bei $x = 2$

$$f''(0) = 0 < 0$$

\rightarrow Hochpunkt bei $x = 0$

Koordinaten:

$$f(2) = \frac{1}{8} \cdot 2^3 - 2^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(2) \approx 2,47$$

$$f(0) = \frac{1}{8} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(0) \approx 4$$

A: Die Koordinaten des Hochpunktes sind $H(0/4)$ und die des Tiefpunktes $T(2/2,47)$

Zentrale Klausur 2013

$$\text{f(1): } f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x \quad \text{Vergleichen}$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$0 = x - 2 \quad | +2$$

$$2 = x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x$$

$$f'(2) = \frac{1}{2} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2$$

$$f'(2) = 2 - 4$$

$$f'(2) = -2$$

$$(2) \quad (0|4) \quad (4|-1,3)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x$$

$$f'(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0$$

$$f'(0) = 0$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = 0 \cdot 0 + b \quad | -0 \cdot 0$$

$$0 = b$$

$$y = 0 \cdot 0 + 0$$

$$f'(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4$$

$$f'(4) = 8 - 8$$

$$f'(4) = 0$$

$$y = m \cdot x + b$$

$$y = 0 \cdot 4 + b \quad | -0 \cdot 4$$

$$0 = b$$

$$y = 0 \cdot 4 + 0$$

Aufgabe 1a) (1) Hoch- und Tiefpunkt:notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0,5x^2 - 2x ; f''(x) = 1x$$

$$0,5x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(0,5x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 0,5x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 0,5x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

hinreichende Bedingung:

~~$$f''(x)$$~~

$$f''(0) = -2 \rightarrow \text{Hochpunkt weil } f''(0) < 0$$

$$f''(4) = 2 \rightarrow \text{Tiefpunkt weil } f''(4) > 0$$

y-Koordinate:

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4 = 4$$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4 = -\frac{4}{3}$$

Der lokale Hochpunkt liegt in $H(0/4)$,der lokale Tiefpunkt liegt in $T(4/-\frac{4}{3})$.(2) Steigung der Geraden:~~Steigung im Wendepunkt:~~

$$b(x) = m \cdot x + n$$

 $n = 4$, da der Hochpunkt bei $(0/4)$

also auf der y-Achse liegt, es ergibt sich:

$$b(x) = m \cdot x + 4$$

$$b(4) = m \cdot 4 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -1$$

Daraus ergibt sich die Steigung der Geraden: -1 .

S.6.13

Klausur Nr.4

Nr. 1

$$f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 1x - 2$$

$$f'''(x) = 1$$

a)

(1)

Notwendige Bedingung:

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} x^2 - 2x = 0 \quad | +2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} x^2 = 2x \quad | :x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} x = 2 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

hinreichende Bedingung:

$$f''(x) \neq 0$$

$$1x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$x = 2 \Rightarrow \text{Tiefpunkt, größer als 0}$$

x in erste Ableitung setzen:

$$\frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 = 0$$

$$P_1(0/4)$$

~~$$\frac{1}{2} x^2 - 2x = 0$$~~

~~$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{(-2)^2 - 0}$$~~

~~$$x_1 = 1 +$$~~

Aufgabe 1.

$$\begin{aligned}
 a) \quad f(x) &= \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4 \\
 f'(x) &= \frac{1}{2}x^2 - 2x \\
 f''(x) &= 1x - 2
 \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - x$$

Notwendige Bedingung: $f'(x) = 0$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 4$$

Hinreichende Bedingung: $f''(x) \neq 0$

$$f''(x) = 1x - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(4) = 1 \cdot 4 - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(4) = 4 - 2$$

$$\Leftrightarrow f''(4) = \underline{\underline{2}}$$

$$f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \underline{\underline{-\frac{4}{3}}}$$

Daraus lässt sich schließen, dass ein Tiefpunkt bei $(4 | -\frac{4}{3})$ vorhanden ist

Klausur Nr. 4

a)

$$(1) f(x) = \frac{1}{6} x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - x$$

Notwendige Bedingung

$$f'(x) = 0$$

$$\frac{1}{2} x^2 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{2} x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad ; \quad \frac{1}{2} x = 1 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$x = 2$$

Hinreichende Bedingung

$$f''(x) = 1x - 1$$

$$f(0) = -1 < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$f(0) = 4$$

$$H(0/4)$$

$$f(2) = 1 > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4$$

$$f(2) = \frac{4}{3} \quad T(2/\frac{4}{3})$$

Wv. A Aufgabe 1

1)

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

notw. Bedingung für Extremstellen: $f'(x) = 0$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

Nun x -Werte in die Normalform einsetzen:

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$f(0) = 4$$

Koordinaten des Hochpunktes:

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$P_H(0|4)$$

$$f(4) = 10,6 - 16 + 4$$

 ~~P_H~~

Koordinaten des Tiefpunktes:

$$f(4) = -\frac{4}{3}$$

$$P_T(4|-\frac{4}{3})$$

2)

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = m$$

$$f(x) = mx + n$$

$$m = -\frac{4}{3}$$

$$\frac{-\frac{4}{3} - 4}{4 - 0} = -\frac{4}{3}$$

A: Die Steigung der Geraden beträgt $-\frac{4}{3}$.

Wv. B

$$1) \ a) \ (1) \ f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f'''(x) = 1$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \cdot (x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 4 = 0 \quad | +4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$f''(0) = 0 - 2$$

$$= -2 < 0$$

↓
Hochpunkt

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$= 4$$

$$f''(4) = 4 - 2$$

$$= 2 > 0$$

↓
Tiefpunkt

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$= -\frac{4}{3}$$

$$H(0|4)$$

$$T(4|-\frac{4}{3})$$

$$(2) \ f'(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 - 2 \cdot 0$$

$$= 0$$

$$f'(4) = \frac{1}{2} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4$$

$$= 0$$

A: Steigung in Extremstellen gleich 0.

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 1x - 2$$

$$f'''(x) = 1$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2}x - 2 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x-2 = 2 \vee -2$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 0$$

~~$f''(x) = 1x - 2$~~ ~~$f''(0) = -2$~~
 ~~$f''(4) = 2$~~
 ~~$f''(4) = 2$~~

x-Wert Hochpunkt ~~4~~
x-Wert Tiefpunkt ~~0~~

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{1}{6} \cdot \frac{4}{3}^3 - \frac{4}{3}^2 + 4$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{64}{27} - \frac{16}{9} + 4$$

$$= \frac{64}{162} - \frac{32}{27} + 4$$

$$= \frac{64}{162} - \frac{192}{162} + \frac{648}{162}$$

$$= \frac{520}{162} = \frac{260}{81}$$

$$f(0) = 4$$

Hochpunkt: $\left(\frac{4}{3}, \frac{260}{81}\right)$

Tiefpunkt: $(0, 4)$

05.06.13

Klausur Nr. 4

$$1) f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = 0,5x^2 - x$$

$$f''(x) = x - 1$$

Notwendige Bedingung = $f'(x) = 0$

$$0,5x^2 - x = 0 \quad | :0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$$

$$\begin{array}{l} p = -2 \\ q = 0 \end{array} \quad \Leftrightarrow \frac{2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x_1 = 2 \quad \vee \quad x_2 = 0$$

~~f~~

$$1) f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = 0,5x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$I \quad f'(x) = 0,5x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 0,5x^2 - x = 0 \quad | :0,5$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x_1 = 4 \quad \vee \quad x_2 = 0$$

II

$$f''(4) = 1 \cdot 4 - 1$$

$$= 3 \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f''(0) = 1 \cdot 0 - 1$$

$$= -1 \rightarrow \text{Hochpunkt}$$

$$1. \quad f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = 0,5x^2 - x$$

$$f''(x) = 1$$

1. Notwendige Bedingung $f'(x) = 0$

$$f'(x) = 0 = 0,5x^2 - x \quad | \text{pq}$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

2. Hinreichende Bedingung $f''(x) \leq 0$

$$f''(2) = 1$$

~~$$\text{HP}(2|1)$$~~

$$f''(0) = 1$$

~~$$\text{HP}(0|4)$$~~

$$f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4 = 1,3$$

Hochpunkt (0|4)

$$f(0) = 4$$

Tiefpunkt (2|1,3)

b) Der Punkt $P(2|1,3)$ ist ein Wendepunkt. Somit gehört er weder zu A noch zu B

$$\begin{aligned}
 f(x) &= \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4 \\
 f'(x) &= \frac{1}{2} x^2 - x \\
 f''(x) &= 1x \\
 f'''(x) &= 1
 \end{aligned}$$

$$(1) \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - x = 0$$

$$x \cdot \left(\frac{1}{2} x - 1 \right) = 0$$

$$\underline{x_1 = 0}$$

$$\frac{1}{2} x - 1 = 0$$

1+1

Nullstellen
berechnen

$$\frac{1}{2} x = 1$$

$$1 : \frac{1}{2}$$

$$\underline{x_2 = 2}$$

$$f''(x) = 1x$$

$$f''(0) = 1 \cdot 0 = 0$$

$$f''(2) = 1 \cdot 2 = 2 \quad \text{Tiefpunkt}$$

y-Koordination:

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$= 4 \quad \text{Hochpunkt } (0/4)$$

$$f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4$$

$$= \frac{4}{3} \quad \text{Tiefpunkt } (2/\frac{4}{3})$$

Der Hochpunkt (Sattelpunkt) liegt bei 0/4
und der Tiefpunkt bei 2/4/3.

(2)

5.6.2013

Zentrale Klausur

1a]

$$1) f(x) = \frac{1}{6} \cdot x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x$$

$$f''(x) = 1x - 2$$

Extremstellen berechnen:

$$\text{Notw. Bed.: } f'(x) = 0$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x \left(\frac{1}{2} x - 2 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad \frac{1}{2} x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} x = 2 \quad | \cdot \frac{2}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

mögliche Extremstellen bei $x = 0 \vee x = 4$

$$\text{Hinr. Bed.: } f'(x) = 0$$

$$f''(x) \neq 0$$

$$f'(0) = 1 \cdot 0 - 2 \\ = -2$$

$$f''(4) = 1 \cdot 4 - 2 \\ = 2$$

(lokaler) Hochpunkt bei $x = 0$, da $f''(x) < 0$ ist.

(lokaler) Tiefpunkt bei $x = 4$, da $f''(x) > 0$ ist.

Aufg. 1)

a) (1) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$

$$f'(x) = \frac{3}{6}x^2 - 2x = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad | \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

~~$$\frac{2 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = x$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0}}{2 \cdot 1} = x$$~~

$$f''(0) = 0 - 2 = -2 \rightarrow \text{HP}$$

$$f''(4) = 4 - 2 = 2 \rightarrow \text{TP}$$

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4 = 4 \rightarrow \text{HP}(0|4)$$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4 = -\frac{4}{3} \rightarrow \text{TP}(4|-\frac{4}{3})$$

(2) $g(x) = mx + n$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4 - (-\frac{4}{3})}{0 - 4} \quad (\Rightarrow) \quad m = -\frac{4}{3}$$

$$\rightarrow g(x) = -\frac{4}{3}x + n$$

$$4 = -\frac{4}{3} \cdot 0 + n$$

$$\Rightarrow 4 = n$$

$$\rightarrow g(x) = -\frac{4}{3}x + 4$$

zentrale Klausur

Aufgabe 1

a) (1) $f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

$$f'(x_0) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{1}{2}x - 2\right) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \vee \frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}x = 2$$

$$\Rightarrow x_2 = 4$$

$$f''(x) = x - 2$$

$$f''(0) = 0 - 2$$

$$= -2 < 0 \leftarrow \text{Hochpunkt}$$

$$f''(4) = 4 - 2$$

$$= 2 > 0 \leftarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$= 4$$

Hochpunkt $P_1(0|4)$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$= -1\frac{1}{3}$$

Tiefpunkt $P_2(4|-1\frac{1}{3})$

05.06.2013

Zentrale Klausur

Aufgabe 1:

a) (1) $f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$ ^{Notw. Bed.} Die erste Ableitung muss sowohl beim Hoch- als auch beim Tiefpunkt 0 ergeben.

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f'(x_H) = 0,5x^2 - 2x = 0 \quad | : 0,5$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$\cancel{x_1} \cancel{x_2} x(x-4) = 0$$

Die zweite Ableitung muss beim Hochpunkt < 0 und beim Tiefpunkt > 0 sein.

$$x_1 = 0 \vee x - 4 = 0 \quad | +4$$

$$x_2 = 4$$

Hinr. Bed.

$$f''(x) = x - 2$$

$$f''(x_H) = x - 2 > 0$$

$$f''(x_H) = 4 - 2 > 0$$

$$\underline{\underline{2 > 0}}$$

$$\cancel{f''(0_H) = x - 2 > 0}$$

$$\cancel{f''(0_H) = 0 - 2 < 0}$$

$$\cancel{-2 < 0}$$

$$f''(0_H) = \cancel{0} - 2 < 0$$

$$= \underline{\underline{-2 < 0}}$$

(2) $m = \frac{\frac{4}{3} - 4}{4} = -\frac{4}{3}$

Die Steigung beträgt $-\frac{4}{3}$, da man $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ rechnen muss.

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

Aufgabe 1:

a) (1) Extremstellen:

notwendige Bedingung $f'(x)=0$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x = 0 \quad |x \text{ ausklammern}$$

$$x(\frac{1}{2}x - 2) = 0$$

$$x = \underline{0} \quad \vee \quad \frac{1}{2}x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$\frac{1}{2}x = 2 \quad | : \frac{1}{2}$$

$$x = \underline{4}$$

hinreichende Bedingung $f'(x)=0 \quad f''(x) \neq 0$

$$f''(x) = 1x + 2$$

$$f''(0) = 1 \cdot 0 + 2$$

$$= \underline{-2} < 0 \quad \text{HP}$$

$$f''(4) = 1 \cdot 4 + 2$$

$$= \underline{2} > 0 \quad \text{TP}$$

y-Koordinaten in die Funktion $f(x)$ setzen

$$f(0) = \frac{1}{6} \cdot 0^3 - 0^2 + 4$$

$$= \underline{4} \quad \text{HP}(0|4)$$

$$f(4) = \frac{1}{6} \cdot 4^3 - 4^2 + 4$$

$$= -1,3 \quad \text{TP}(4|-1,3)$$

\Rightarrow Die Extremstellen dieser Funktion liegen bei HP(0|4) und bei TP(4|-1,3).

a)
1.

$$f(x) = \frac{1}{6}x^3 - x^2 + 4$$

$$f'(x) = x - 2$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f'(x) = 0$$

$$0 = \frac{1}{2}x^2 - 2x \cdot 2$$

$$0 = x^2 - 4x$$

$$x_{1/2} = -\frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 0}$$

$$x = 2 + \sqrt{4} = \underline{\underline{4}} \vee x = 2 - \sqrt{4} = \underline{\underline{0}}$$

$$f''(0) = -2 < 0 \Rightarrow \text{H. bei } x = 0$$

$$f''(4) = 2 > 0 \Rightarrow \text{G. bei } x = 4$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow \underline{\underline{H(0|4)}}$$

$$f(4) = -\frac{4}{3} \Rightarrow \underline{\underline{G(4|-\frac{4}{3})}}$$

2.

$$\frac{-\frac{4}{3} - 4}{4 - 0} = \frac{-\frac{16}{3}}{4} = \underline{\underline{-\frac{4}{3}}}$$

b)

$$f(2) = \frac{1}{6} \cdot 2^3 - 2^2 + 4$$

$$= \frac{1}{6} \cdot 8 - 4 + 4$$

$$= \frac{4}{3} \approx 1,3 > 1,3$$

Da der Punkt P unterhalb des Graphen liegt gehört zu Teil B.