DANIEL BEHRENS, WOLFGANG RIEMER, GÜNTER SEEBACH

Reaktionszeiten – mit GeoGebra gemessen: Szenarien für spannende Stochastik-Stunden

Abstract

Stochastik wird spannend, wenn es gelingt, interessante Fragen mithilfe selbst erhobener Daten zu beantworten. Interessante Fragen zu finden, braucht Kreativität, Sammeln von Daten Zeit. Ein pfiffiges Reaktionszeiten-Messprogramm wird zur Ideen-Fundgrube – und das Datensammeln durch Klicken mit der Maus ist nicht nur spannend, sondern auch ultraschnell und „voll digital“. Verführen Sie Ihre Schülerinnen und Schüler zu einer Kreidestatistik-Alternative mit mathematischem Tiefgang, an die man sich auch nach der Schulzeit gern erinnert. Wir skizzieren Einsatz-Szenarien für verschiedene Klassenstufen.

1 Das Programm

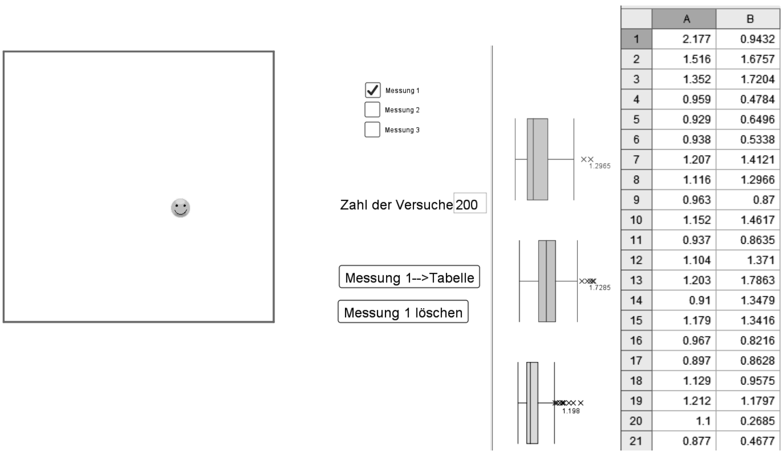

Abb. 1: Das Reaktionszeiten-Messprogramm gibt es als Download zu diesem Artikel. Technische Details finden sich bei SEEBACH [2016].

Ein Punkt springt – als Smilie verkleidet – z. b. 200-mal „Klick für Klick“ zufällig in einem Quadrat umher. Man verfolgt ihn so „reaktionsschnell“ wie möglich mit der Maus. Die benötigten Reaktionszeiten werden durch einen Boxplot visualisiert. Sie lassen sich nach dem letzten Klick in Spalte A der Tabelle übertragen. Der Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Punkten, also der „Mausweg“ (Luftlinie) steht dann in Spalte B. Zwei weitere Versuchsreihen („Messung 2 und 3“) lassen sich in den Spalten C–F speichern und anschließend graphisch und analytisch mit GeoGebras Datentools auswerten und exportieren.

2 Beschreibende Statistik

2.1 Arbeitsauftrag – Erwartungshaltung aufbauen:

Ihr messt gleich viele Reaktionszeiten, die zufallsabhängig um einen Median bzw. einen Mittelwert schwanken werden. Skizziert „im Kopf" einen Boxplot oder ein Histogramm, von dem ihr glaubt, dass es zu euch passen könnte, und zwar eines, wenn ihr mit der rechten (der schnellen), und eines, wenn ihr mit der linken (der langsameren) Hand klickt. Vergleicht und diskutiert die Skizzen mit euren Banknachbarn.

2.2 Wie nicht anders zu erwarten, skizzieren die Schülerinnen und Schüler um den Mittelwert bzw. den Median symmetrische, glockenförmige Grafiken.

2.3 Dann wird experimentiert. Verflixt! Die Säulendiagramme sind „linkslastig". Die Boxplots auch … und der Mittelwert liegt „stets" rechts vom Median.

2.4 Auf der Suche nach einer Begründung entdeckt man die Ausreißer nach oben, die entstehen, wenn man beim Klicken schläft oder danebenklickt und das Ziel erst beim zweiten oder dritten Klick erwischt. Dass man die „stetig verteilten" Reaktionszeiten erst klassieren muss, um aussagekräftige Säulendiagramme bzw. Histogramme zu erhalten, reift durch die Arbeit mit GeoGebras Tabellentools wie von selbst – und muss nicht mehr durch die Lehrkraft „vorgeführt" oder „eingeführt" werden. Boxplots und die Unterschiede zwischen Mittelwert und Median sind ebenso wie das Klassieren von Daten in den Curricula vieler Bundesländer für die Orientierungsstufe verbindlich, vgl. etwa NRW (2019).

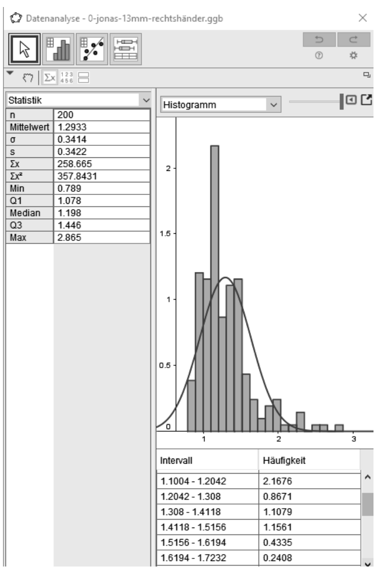

Abb. 2: Histogramm der Reaktionszeiten

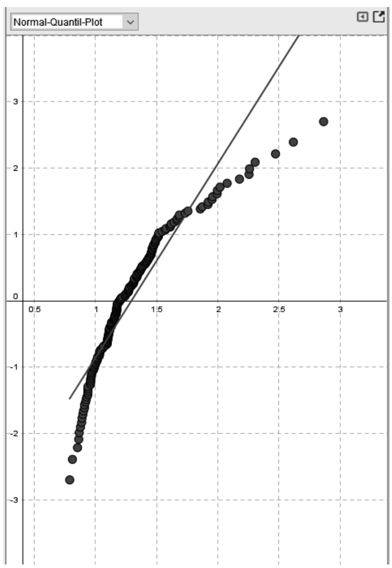

Abb. 3: Normal-Quantil-Plot der Reaktionszeiten

2.5 Einen anspruchsvollen Brückenschlag zwischen beschreibender Statistik und der Theorie der Normalverteilung N(μ;σ) bieten GeoGebras Normal-Quantil-Plots. Wenn die Normalverteilung ein gutes Modell für die Daten darstellt, streuen die Punkte des NQ-Plots um die Gerade mit Nullstelle μ und Steigung 1/σ. Das zu begründen, erfordert Sicherheit im Umgang mit den Verteilungsfunktion $\phi_{\mu;\sigma}$ und deren Umkehrung $\phi_{\mu;\sigma}^{-1}$, vgl. RIEMER/VEHLING [2020]. Wie man in **Abb. 3** erkennt, sind Normalverteilungen aus oben genannten Gründen keine sonderlich guten Modelle für Reaktionszeiten.

3 Hypothesentest (Vorzeichentest auf *p* = 0,5)

Schülerinnen und Schüler sind in der Regel fest davon überzeugt, dass sie mit der guten Hand (bei Rechtshändern ist das die rechte, bei Linkshändern die linke) schneller reagieren als mit der „schlechten". Ob man Anlass hat, nach je 200 Klicks die „Nullhypothese" „ich bin mit beiden Händen gleich schnell" zu bezweifeln? Der Vorzeichentest kann bei der Beantwortung dieser Frage helfen. Man vergleicht paarweise: Die erste Reaktionszeit t_g der guten Hand mit der der ersten Reaktionszeit t_s der schlechten Hand und notiert das Vorzeichen „+", falls $t_g < t_s$, sonst „–". Ebenso verfährt man bei den restlichen 199 Reaktionszeitenpaaren. Wären beide Hände gleich gut, dann wäre die Anzahl der „+" binomialverteilt mit $n = 200$, $p = 0,5$ und läge mit ca. 95 % Sicherheit im 2σ – Prognoseintervall

$$\left[100-2\sqrt{200\cdot 0.5\cdot(1-0,5)};100+2\sqrt{200\cdot 0.5\cdot(1-0,5)}\,\right]\approx\left[86;114\right]$$

Wenn die Anzahl der „+" außerhalb liegt, besteht Anlass zum Zweifel an der Nullhypothese … und die allermeisten Schülerinnen und Schüler haben damit (oft erstmalig in ihrer Schullaufbahn) eine Hypothese in einem zweiseitigen Signifikanztest auf dem 5 %-Signifikanzniveau tatsächlich einmal verwerfen können. Nach dem gleichen Schema kann man natürlich auch den Einfluss des „Suppenkomas" nach dem Mittagessen untersuchen – oder den Einfluss von Alkohol oder Energy-Drinks anlässlich eines Kurstreffens.

4 Reaktionszeit und Mausgeschwindigkeit

Mit der Entfernung aufeinanderfolgender Punkte (Smilies) wächst tendenziell auch die Zeit, die man zum Abklicken benötigt. Trägt man die Entfernungen (**Abb. 1**, Spalte B) auf der *x*- und die zugehörigen Reaktionszeiten (Spalte A) auf der *y*-Achse ein, entsteht eine Wolke aus 200 Punkten, die in **Abb. 4** eine Trendgerade mit der Gleichung $y = 0,1256x + 1,149$ liefert. Die Steigung deutet man als die Geschwindigkeit der Hand beim Bewegen der Maus und der *y*-Achsabschnitt als bereinigte mittlere Reaktionszeit.

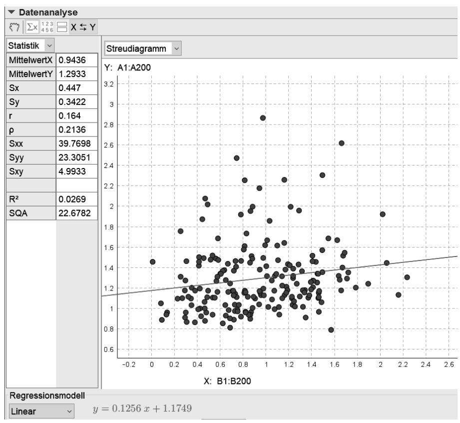

Abb. 4: Zeit-Entfernungsdiagramm mit Trendgerade

Literatur

[1] SEEBACH, G. (2015): Zeitmessung mit GeoGebra. ml 189 (2015), 38 – 39.
[2] RIEMER, W., VEHLING, R. (2020). Stochastik mit GeoGebra. Friedrich-Verlag 2020.
[3] RIEMER, W. (2012): Doping mit RedBull: Pharmaforschung im Klassenraum ml 175 (2012), 54 – 58.