Gewinn besiegt Wahrheit - Signifikanztests und das Risiko falscher Entscheidungen

Wolfgang Riemer, Köln

1 Einleitung

In vielen Bundesländern (BY, BW, HE, NRW, TH …) wird die in den Bildungsstandards verankerte „beurteilende Statistik“ derzeit durch das einseitige Testen von Hypothesen abgedeckt. Erfahrungsgemäß bereitet die Wahl der Nullhypothese H_0 und der Alternative H_1 dabei große Probleme, weil die Wahl bei einseitigen Tests von (meist *versteckt formulierten*) Interessenlagen oder Standpunkten abhängt, die bei der Abiturvorbereitung aus einkleidenden Aufgabentexten zu decodieren sind (vgl. auch Schäfer 2017). Wenn man diese Interessen durch explizite Bewertung von Fehlentscheidungen im Rahmen eines *authentischen* Gewinnspiels ohne künstliche Einkleidung offenlegt und „berechenbar macht“, werden die unterschiedlichen Rollen der Hypothesen transparent. Schüler entdecken die hinter Rezepten versteckten Konzepte. Es geht um Risikomanagement und um Gewinnmaximierung durch Schadensbegrenzung.
Die Spielsituation hat einen weiteren Vorteil: Man kann den Hypothesen priori-Wahrscheinlichkeiten zuordnen und in Abhängigkeit von Testergebnissen posteriori-Wahrscheinlichkeiten berechnen. So wird quantifizierbar, was es bedeutet, Hypothesen auf dem 5% Signifikanzniveau (mit 5% Irrtumswahrscheinlichkeit) zu verwerfen: Die verworfenen Hypothesen werden unwahrscheinlicher, aber die Alternativen gelten - entgegen landläufiger Schülermeinung - beileibe nicht mit 95%iger Sicherheit.
Last but not least führt das Verlassen der Spielsituation zu einer kritischen Bewertung der häufig völlig überschätzten Aussagekraft von Signifikanztests und wirkt daher im besten Sinne allgemeinbildendend.

2 einseitige Hypothesentests

Zur Einstimmung auf das Thema erinnert das folgende Beispiel aus Bamberg (2009) an das Ritual, nach dem Hypothesentests in der Sekundarstufe II derzeit ablaufen:
Eine Fabrik erzeugt Alkopop-Getränke mit einem Alkoholgehalt von 5%. Dabei treten beim Alkoholgehalt in den Flaschen Schwankungen auf. Die Hypothese H_0, dass der Alkoholgehalt gleich dem Sollwert $p_0 = 0{,}05$ ist, soll anhand einer Stichprobe überprüft werden. Auf Grund der Interessenlage derjenigen Personen, die die Untersuchung vornehmen, sind drei Fälle zu unterscheiden, nämlich: Die Überprüfung geschieht durch
a) eine Eichkommission, die an einer Abweichung vom Sollwert $p_0=0{,}05$ sowohl nach unten als auch nach oben interessiert ist,
b) eine Verbraucherorganisation, die daran interessiert ist, dass tatsächlich die 5 % Alkohol in den Flaschen sind. Sie stellt (misstrauisch) die Frage, ob der wahre Alkoholgehalt kleiner als der Sollwert ist,
c) eine Jugendschutzkommission, die befürchtet, dass zu viel Alkohol in den Flaschen ist, um die Konsumenten möglichst schnell alkoholabhängig zu machen. Sie stellt (ebenfalls misstrauisch) die Frage, ob der wahre Alkoholgehalt größer als der Sollwert ist.

Anmerkung: Der Alkoholinhalt 5% ist zwar keine Wahrscheinlichkeit, aber der Kontext ist authentischer als die Untersuchung von Hypothesen, die aus Gründen geforderter Aufgabenformate meist „aus dem Hut gezaubert werden“. Vgl. Stoyan (2011) und die „Reinlich & Sohn“ Aufgabe aus dem NRW-Abitur 2007.

Es gibt je nach Bundesland bzw. Schulbuch zwei Versionen, diese Test-Situationen in Null- und Alternativhypothesen H_0 und H_1 auszudrücken:
Version 1: $H_0: p = p_0$ und a) $H_1: p \neq p_0$ b) $H_1: p < p_0$ c) $H_1: p > p_0$.
Version 2: a) $H_0: p = p_0$, $H_1: p \neq p_0$ b) $H_0: p \geq p_0$, $H_1: p < p_0$ c) $H_0: p \leq p_0$, $H_1: p > p_0$.

Unabhängig davon, welche Variante man bevorzugt,
i) ist aus der Aufgabenstellung nicht klar ersichtlich, mit welchem Ziel die Beteiligten Untersuchungen anstellen. So könnten die Jugendschützer, die beruhigt schlafen wollen, versuchen, H_0: p=0,05 zugunsten von H_1: p<0,05 zu verwerfen, andere, die erfolgreich klagen wollen, H_0: p=0,05 zugunsten von H_1: p>0,05 zu verwerfen. Mit welcher Sorte Jugendschützern man es zu tun hat, ist nur aus dem eingeklammerten „misstrauisch" zu erraten. Gleiches gilt für die Verbraucherschützer.
ii) fragt der gesunde Menschenverstand: Ist nicht der zweiseitige Test der Eichkommission unabhängig von unterstellten Interessenlagen für Verbraucher- und Jugendschützer gleichermaßen interessant? *Schließlich läuft ein zweiseitiger Test auf dem 10% Signifikanzniveau rechnerisch auf einen einseitigen auf 5% Niveau hinaus.* Warum sollte man also vorher über Alternativen spekulieren? Wenn der Alkoholgehalt unterhalb des zweiseitigen Prognoseintervalls liegt, werden die Verbraucherschützer klagen, die Jugendschützer beruhigt schlafen, wenn er oberhalb liegt, werden die Verbraucherschützer ruhig schlafen und die Jugendschützer klagen. Wenn der Alkoholgehalt innerhalb des Prognoseintervalls liegt, wird man die Sache auf sich beruhen lassen - oder größere Stichproben nutzen, bis evtl. irrelevant kleine Abweichungen signifikant werden. (Trotz der allgegenwärtigen Forderung nach Allgemeinbildung in Lehrplanpräambeln wird der Unterschied zwischen Signifikanz und Relevanz derzeit in *keinem* Bundesland thematisiert).

Anmerkung: Aus didaktischer Sicht - da sind sich im Gegensatz zu Lehrplankommissionen viele Fachleute (Sachs, Buth, Diepgen, Henze) einig - spricht vieles dafür, in der Schule auf einseitige Hypothesentests zugunsten zweiseitiger zu verzichten. Noch sinnvoller ist die Arbeit mit Konfidenzintervallen (NI, TH, HE), weil man - im Gegensatz zu Testverfahren - den Einfluss der Stichprobengröße an der Länge des Konfidenzintervalls unmittelbar ablesen kann - und weil Konfidenzintervalle die Idee des Messens und der Messungenauigkeit aus der Geometrie (Messen von Längen) in die Stochastik (Messen von Wahrscheinlichkeiten) übertragen.

3 Konzeptvergleich
In Bezug auf die Wirklichkeit haben alle Wahrscheinlichkeitsangaben hypothetischen Charakter. Sie sind stets nur Modelle, mit denen man versucht, die Wirklichkeit zu beschreiben, die aber „nie" genau stimmen. *Zweiseitige Tests* und *Konfidenzintervalle* sind Werkzeuge, mit deren Hilfe man (vorurteilsfrei - unter Einsatz von Fingerspitzengefühl und Sachverstand) die Güte von Modellen vergleichen und bewerten kann. Sie helfen bei der Suche nach besseren Modellen.
Hinter *einseitigen Signifikanztests* steckt ein anderes Grundkonzept. Es geht nicht mehr um die *Suche nach* Wahrheit, sondern um das *Entscheiden zwischen* verschiedenen Modellen mit dem Ziel einer *Optimierung des Nutzens* oder der Begrenzung des Schadens.

Diesen prinzipiellen Unterschied unter dem Motto Gewinn schlägt Wahrheit am eigenen Leibe (im Unterricht tatsächlich (!) mit Glücksgefühlen bei richtigen und Frusterlebnissen bei falschen Tipps) zu erleben, ist das Anliegen des Entscheidungsspiels aus der Kopiervorlage. Im Rahmen des Spiels lassen sich Bewertungen von Fehlentscheidungen gezielt variieren und die zugehörigen optimalen Entscheidungsregeln bestimmen.

Man erkennt, dass die Entscheidungsregeln mit der größten Gewinnerwartung nicht die meisten richtigen Entscheidungen garantieren. Sie halten die Wahrscheinlichkeit gravierender Fehler klein. Man **entdeckt und erlebt** (!) beim einseitigen Test die Bedeutung von Nullhypothese und α-Fehler. Ein Transfer der Erkenntnisse auf Realsituationen liegt nahe und es wird deutlich, auf welche (von den meisten Anwendern herbeigewünschten) Aussagen man bedauerlicherweise verzichten muss, wenn man beim einseitigen Hypothesentest wichtige Parameter nicht kennt und - wie in einem Blindflug im Nebel - trotzdem gezwungen wird, Entscheidungen zu fällen.

4 Spielverlauf

4.1 Entscheidungsspiel

Man spielt gemäß Kopiervorlage in Tandems. Der erste Partner „Hannah“ wählt zufällig eine Trefferwahrscheinlichkeit A: $p < ½$ oder B: $p > ½$ und nennt die Ergebnisse einer Bernoulli-Kette fester Länge n. Der zweite Partner „Florian“ muss auf A oder B tippen. Der gesunde Menschenverstand tippt auf A, wenn die relative Trefferhäufigkeit h unter ½ liegt, sonst auf B. **Wenn** die beiden Wahrscheinlichkeitsalternativen A und B spezifiziert sind und (wegen der Zufallsauswahl) selber mit bekannter priori-Wahrscheinlichkeit auftreten (in der Spielsituation treten A: $p = 1/3$ und B: $p = 2/3$ je mit Wahrscheinlichkeit 1/2 auf), ist die Situation mit der Binomialverteilung komplett berechenbar. Bei $n=11$ beträgt die Wahrscheinlichkeit richtiger Tipps 88% und die Gegenwahrscheinlichkeit 12% ist tatsächlich (im eigentlichen Wortsinn) die Irrtumswahrscheinlichkeit, also die Wahrscheinlichkeit dafür, dass man sich bei der Entscheidung irrt.
Anmerkung: Wenn man - wie in Schulbüchern üblich - das Signifikanzniveau kurzerhand als Irrtumswahrscheinlichkeit bezeichnet, sind Missverständnisse bis hin zu fundamentalen Fehlinterpretationen vorprogrammiert, weil Schülern nicht bewusst wird, dass es sich bei letzterem um bedingte Irrtumswahrscheinlichkeiten handelt – und zwar unter der Bedingung, dass die überprüfende Hypothese zutrifft – und genau das ist ja Untersuchungsgegenstand)

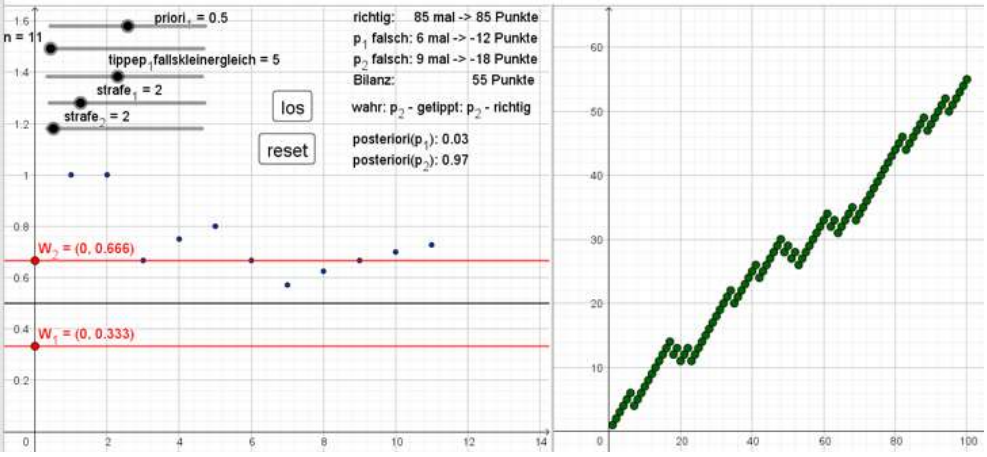
4.2 Gewinnspiel

Durch Belohnung richtiger und Bestrafung falscher Entscheidungen wird aus dem Entscheidungs- ein Gewinnspiel, dessen Gewinnerwartung man gemäß Kopiervorlage leicht berechnen kann. Wenn man nach einer symmetrischen zu einer unsymmetrischen Bestrafung von Fehlentscheidungen übergeht, hat man den Schlüssel für ein selbstständiges Entdecken und Analysieren der Grundidee einseitiger Hypothesentests nach dem Muster von Abschnitt 2. So werden in der Kopiervorlage richtige Tipps stets mit 1P belohnt, der falsche Tipp auf B stets mit -2P … und der falsche Tipp auf A nacheinander mit -2P, -20P, -40P, -100P…

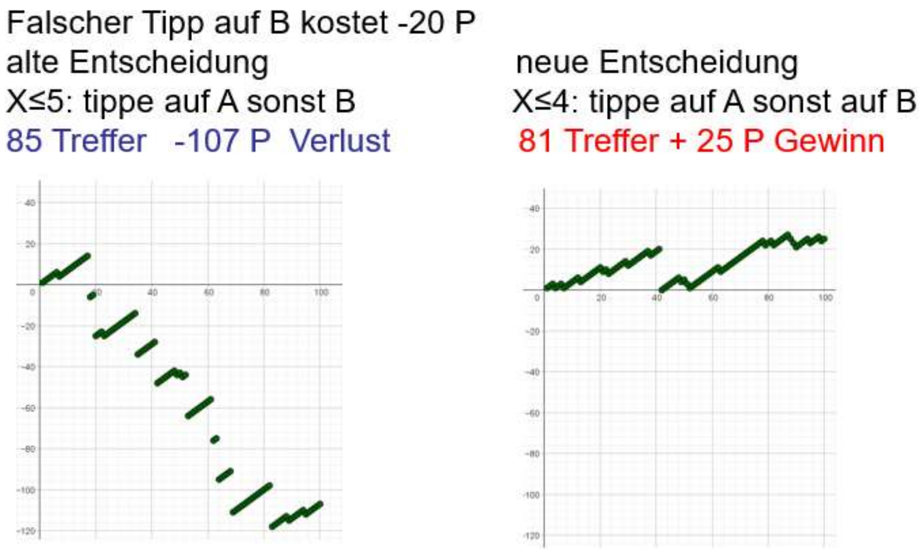
Der gesunde Menschenverstand legt dann nahe, im Zweifel eher auf B zu tippen als auf A. In der Sprache der Signifikanztests wächst der Annahmebereich von B:

B wird zur Nullhypothese H_0, bei der man „konservativ“ möglichst lange bleiben, deren fälschliches Verwerfen man tunlichst vermeiden sollte.

Dass diese Strategie aufgeht, zeigen Experimente und Simulation: Bei symmetrischer Bestrafung von Fehlentscheidungen (je -2P) und der Strategie „Tippe auf A: $p=1/3$ bei $X≤5$ (von 11) Treffern, sonst auf B wächst der Gewinn bei einer Folge von Spielen mit kleinen Rückschlägen stetig. So hat man in der folgenden Simulation in 100 Spielen 85 mal richtig getippt, 6-mal falsch auf A, 9-mal falsch auf B und 85*1+6*(-2)+9*(-2)= 55 Punkte gewonnen.



Bei b = -20 hatte man bei der gleichen Tippstrategie und gleichen Spielverlauf 85*1+6*(-2)+9*(-20)= -108 Punkte verloren. Die vorsichtigere Strategie „Tippe auf A: p=1/3 bei X≤4 (von 11) Treffern, hätte bei *gleichem* Spielverlauf immerhin noch 81 Treffer und einen Gewinn von +25 Punkten erbracht (die GeoGebra-Simulation ist im Download verfügbar).



Mithilfe des Baumdiagramms aus der Kopiervorlage und der Binomialverteilung berechnet man für verschiedene Tippstrategien die Wahrscheinlichkeiten richtiger Tipps (Spalte 2) und die Gewinnerwartungen bei verschiedenen Bestrafungen b der falscher Tipps auf A - d.h. des fälschlichen Verwerfens von B - (Spalten 3 bis 7) in der folgenden Tabelle:

priori(A)=0.5									
tippe A bei	richtige Tipps	Gewinnerwartung					α	P(A)	α+P(A)
		b=-2	b=-20	b=-40	b=-60	b=-100			
X≤2	61.6%	-0.151	-0.163	-0.177	-0.191	-0.218	0.1%	99.4%	99.6%
X≤3	73.2%	0.196	0.116	0.028	-0.060	-0.237	0.9%	98.2%	99.0%
X≤4	83.6%	0.509	0.161	-0.225	-0.612	-1.384	3.9%	94.8%	98.7%
X≤5	87.8%	0.634	-0.465	-1.686	-2.907	-5.348	12.2%	87.8%	100.0%
X≤6	83.6%	0.509	-2.092	-4.982	-7.872	-13.652	28.9%	76.9%	105.8%

Die für jede der genannten Bestrafungen maximal möglichen Gewinnerwartungen sind in den Spalten 3 bis 7 farbig unterlegt. Spalte 8 zeigt, auf welchem Signifikanzniveau α man beim Tipp auf A die Hypothese H_0 verwirft. Spalte 9 zeigt die Wahrscheinlichkeit, mit der (bei vorausgesetzter priori-Gleichwahrscheinlichkeit beider Hypothesen) nach Verwerfen von H_0 dann H_1 gilt. Spalte 10 dokumentiert, dass A (H_1) nach dem Verwerfen von B (H_0) nicht mit der Gegenwahrscheinlichkeit des Signifikanzniveaus (1-α) gilt.

Man erkennt: Je stärker man das fälschliche Verwerfen von B (H_0) durch
b = -2, -20, -40, -60, -100 bestraft, desto konservativer sollte man sich bei Tipps auf A (H_1) verhalten. Bei b = -40 ist mit Tipps auf A im Falle X≤3 langfristig noch ein kleiner Gewinn zu erwirtschaften. Bei noch höheren Bestrafungen kann man aber auch bei noch vorsichtigeren Tippstrategien langfristig nur noch verlieren.

Wenn A (H_1) priori wahrscheinlicher wird (80% statt 50%, indem man in der Kopiervorlage vier Karten der Sorte A und nur eine der Sorte B zur Auswahl anbietet), braucht man beim Tipp auf A nicht mehr ganz so vorsichtig sein, um den Gewinn zu maximieren. Die Veränderungen dokumentiert folgende Tabelle.

priori(A)=0.8									
tippe A bei	richtige Tipps	Gewinnerwartung					α	P(A)	α+P(A)
		b=-2	b=-20	b=-40	b=-60	b=-100			
X≤2	38.7%	-0.839	-0.844	-0.849	-0.855	-0.866	0.1%	99.9%	100.0%
X≤3	57.6%	-0.271	-0.303	-0.338	-0.374	-0.444	0.9%	99.5%	100.4%
X≤4	76.1%	0.283	0.144	-0.010	-0.165	-0.474	3.9%	98.7%	102.5%
X≤5	87.8%	0.634	0.194	-0.294	-0.782	-1.759	12.2%	96.6%	108.8%
X≤6	91.1%	0.734	-0.306	-1.462	-2.618	-4.930	28.9%	93.0%	121.9%

5 Transfer (Aus Spiel wird Ernst)
Das Spiel funktioniert natürlich auch, wenn der erste Partner die Trefferwahrscheinlichkeit p für seine Bernoullikette „frei Schnauze“ bzw. durch einen unbekannten Zufallsgenerator festlegt (also nicht mehr nur zufällig zwischen 1/3 und 2/3 wählt) und der zweite Partner unter Androhung von Strafe bei falschen Entscheidungen gezwungen wird, nach Bekanntgabe der Trefferzahl X auf A: p<0,5 oder B: p>0,5 zu tippen.
Genau das ist die Situation, in der sich Schüler wiederfinden wenn sie Abituraufgaben zu einseitigen Signifikanztests zu bearbeiten haben. Sie müssen aus dem Aufgabentext herausschälen, ob der Aufgabenautor das fälschliche Verwerfen von A oder das fälschliche Verwerfen von B für „schlimmer“ hält und stärker „bestraft“. Dabei sind

- weder Informationen über mögliche Trefferwahrscheinlichkeits-Alternativen
- schon gar nicht über deren priori-Gültigkeit
- und auch keine Informationen über die Stärke der Bestrafung von Fehlentscheidungen verfügbar.

Max, der im GK 12 die Zusammenhänge anhand des Entscheidungsspiels durchschaut hatte, konstatierte lakonisch, dass „man dann eigentlich nichts Interessierendes mehr berechnen kann“ und brachte damit die Situation auf den Punkt. Buth (2002) formuliert noch kritischer: „Signifikanztests werden durchgeführt, wenn man fast keine Information über die vorliegende Situation hat, mit der Folge, dass man sich mit Antworten auf falsch gestellte Fragen zufriedengeben muss, aber auf die eigentlich interessierenden Fragen (nach der Wahrscheinlichkeit, mit der Hypothesen gelten) keine Antwort erhält.“
Tatsächlich ist man, bei einseitigen Signifikanztests gezwungen, der im Entscheidungsspiel als tragfähig entdeckten Strategie in ritualisierter Weise weiterhin zu folgen: Falls man das fälschliche Verwerfen von H_0 für „schlimm“ hält, testet man auf dem 5%-Signifikanzniveau, falls man es für „sehr schlimm“ hält, auf dem 1% Signifikanzniveau. Falls man dann die Hypothese verwerfen kann, weiß man aber rein gar nichts über die die Wahrscheinlichkeit, mit der sie (oder eine der Alternativen) gelten. Eine Hypothese zu verwerfen bedeutet de facto nichts anderes, als dass man ein „schlechtes Gewissen“ oder ein „mulmiges Bauchgefühl“ haben sollte, wenn man trotzdem bei ihr bleibt… und lieber weitere Untersuchungen anstellen sollte als routinemäßig auf „die Alternative“ zu vertrauen.

Resüme

- Das Entscheidungsspiel ermöglicht durch transparente Bewertung von Fehlentscheidungen das selbstständige (daher lernpsychologisch nachhaltige) Entdecken des Konzepts, das hinter einseitigen Signifikanztests steckt - und der unterschiedlichen Rollen, welche die Nullhypothese H_0 und deren Alternative H_1 dabei spielen.
- Über die im Spielkontext naheliegende Bewertung der Gültigkeit von Hypothesen durch priori-Wahrscheinlichkeiten gelingt es, nahe liegende und weit verbreitete Fehlvorstellungen bei der Interpretation signifikanter Testergebnisse aufzuspüren: Bei nicht spezifizierter Alternative und fehlender Priori-Bewertung weiß man NICHTS über die Gültigkeit einer Hypothese, wenn ein Ergebnis im Ablehnungsbereich liegt. Mossburger (2013) formuliert so: „Mathematikunterricht sollte aufklären, wie wenig ein Signifikanztest aussagt.“

Zu dieser Aufklärung leistet das Entscheidungsspiel einen substanziellen Beitrag.

Literatur

Bamberg, G., Baur, F., Krapp, M. 2009: Statistik. München.
Buth, M.: Anmerkungen zum Testen von Hypothesen
Stochastik in der Schule 2002/2, S. 27-29.
Diepgen, R.: Wie man das Testen von Hypothesen lieber doch nicht einführen sollte.
Stochastik in der Schule 2002/3, S. 34-38.
Henze, N.: Stochastik für Einsteiger (2017). Berlin, Springer.
Mossburger, M.: Unklare Begriffe und Wunschdenken bei Signifikanztests
Stochastik in der Schule 2014/1 S. 2-8.
Sachs, L.: Angewandte Statistik. Berlin 1999, 9. Aufl. Springer Verlag.
Schäfer, A.: Das Formulieren der Nullhypothese beim Signifikanztest.
Stochastik in der Schule 2017/3, S. 18-24.
Stoyan, D.: Statistische Tests in Gymnasiallehrbüchern.
Stochastik in der Schule 2011/1, S. 28–32.

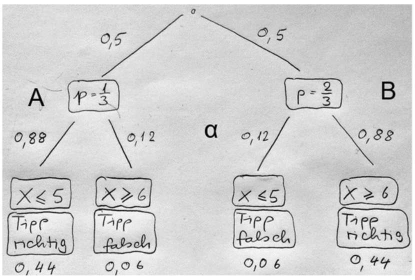
ml 4/2020

Das Risiko begrenzen – Gewinn besiegt die Wahrheit Kopiervorlage

1 Entscheidungsspiel

Hannah zieht zufällig eine der Karten A oder B, würfelt verdeckt n = 11- mal und nennt die Ergebnisse, z. B. T N N T N N T N T T N (5/11 Treffer).
Florian muss tippen, ob Hannah Karte A oder Karte B erwischt hat. Er muss sich also bzgl. der Trefferwahrscheinlichkeit zwischen den Hypothesen A: p=1/3 und B: p=2/3 **entscheiden**.

Karte A	Karte B
 Sag „**T**reffer“ bei {5; 6}, sonst „**N**iete“ Trefferwahrscheinlichkeit p=1/3	 Sag „**T**reffer“ bei {3; 4;5; 6} sonst „**N**iete“ Trefferwahrscheinlichkeit p=2/3



Regel von Bayes:

Nachdem man hier B (wegen X≤5) auf dem Signigikanzniveau α=12% verworfen hat,
gilt A mit der Wahrscheinlichkeit 0,44/(0,44+0,06)=88%

a) Der „gesunde Menschenverstand“ rät Florian, bei **X≤5** Treffern auf **A**: p=1/3 zu tippen und bei X≥6 Treffern auf B. Erproben Sie diese Strategie (wir nennen sie **A5**) in Partnerarbeit und schätzen Sie (in %), wie häufig Florian dann richtig tippt.
b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Strategie A5 richtige Tipps liefert.
c) Man könnte auch bei X≤4 Treffern auf A und bei X≥5 Treffern auf B oder bei X≤6 Treffern auf A und bei X≥7 Treffern auf B tippen. Zeigen Sie, dass diese Strategien (wir nennen sie A4 und A6) auf lange Sicht weniger richtige Tipps liefern.
d) Exkurs (Bayes): Da Hannah zufällig auswählt, ordnet Florian **vor** dem Versuch der Karte A die subjektive priori Wahrscheinlichkeit 50% zu. Berechnen Sie mithilfe der Bayesschen Regel, auf welchen Wert Florians Wahrscheinlichkeit für A ansteigt, wenn Hannah **nach** Durchführung ihrer Bernoullikette eine Trefferzahl X≤5 meldet. (Man bezeichnet sie als posteriori-Wahrscheinlichkeit).

2 Gewinnspiel

Symmetrische Bestrafung von Fehlentscheidungen

a) Aus dem Entscheidungsspiel wird ein Gewinnspiel, wenn man bei jedem richtigen Tipp +1P, gewinnt und für jeden falschen -2P zahlen muss. Suchen Sie die Tippstrategie, die maximalen Gewinn sichert. Bestimmen Sie den maximalen Gewinn.

Asymmetrische Bestrafung von Fehlentscheidungen

b) Suchen Sie die Tippstrategie, die den maximalen Gewinn (bzw. den minimalen Verlust) garantiert, wenn - wie in a) - ein richtiger Tipp + 1P einbringt,
- ein falscher Tipp auf B (also das fälschliche Verwerfen von A) a = -2P kostet, und
- ein falscher Tipp auf A (also das fälschliche Verwerfen von B) b = -20P bzw. b = -40P bzw. b = -60 P kostet. Bestimmen Sie jeweils wieder den maximalen Gewinn.

c) Fassen Sie die Ergebnisse tabellarisch zusammen und erläutern Sie die Bedeutung der Überschrift: „Das Risiko begrenzen – Der Gewinn schlägt die Wahrheit“.

a	b	optimale Strategie	erwarteter Gewinn	Richtige Tipps	α: B wird fälschlich verworfen mit	β: A wird fälschlich verworfen mit	Nach Verwerfen von B gilt A posteriori mit
-2	-2						
-2	-20						
-2	-40						
-2	-60						

ml 4/2020