Nicht eingekleidete Bewegungsaufgaben

Tobias Dehler & Wolfgang Riemer

GPS-Empfänger messen Geschwindigkeiten und zurückgelegte Wege in Abhängigkeit von der Zeit. Klassische „eingekleidete“ Aufgaben gewinnen durch reale Bewegungsdaten an Authentizität, insbesondere, wenn die Daten selber aufgezeichnet wurden.

Lineare und quadratische Funktionen gehören zu den Säulen der Schulmathematik. Beim Sprinten auf dem Sportplatz, beim Anfahren von Zügen und Autos und beim Anschieben von Rollstühlen und beim Rollen auf Rampen sind sie gute Modelle zur Beschreibung „gefahrener“ Geschwindigkeiten und zurückgelegter Strecken.
Physiker wissen, dass das am Newtonschen Bewegungsgesetz „v=(F/m)*t“ liegt. Es besagt, dass sich die Geschwindigkeit v ***bei konstanter Antriebskraft F*** und konstanter Masse m linear mit der Zeit t verändert. Tatsächlich ist die Antriebskraft bei vielen Startvorgängen über eine gewisse Zeit konstant. Mit Smartphone-Apps kann man das in langsam anfahrenden S-Bahnen gut nachmessen, mit schnelleren GPS-Datenloggern auch beim Sprinten auf dem Sportplatz oder beim rasanten Auto/Flugzeugstart.
Im Mathematikunterricht wird man ggf. nicht auf das Newtonsche Gesetz eingehen und sich auf die Begründung beschränken, dass Flächen unter Geschwindigkeitsgraphen zurückgelegte Wegstrecken bedeuten. Die Dreiecksflächenformel „$A=0,5*g*h$“ erhält mit $g=x-x_0$= verstrichene Zeit und $h=a(x-x_0)=v_{end}$=erreichte Geschwindigkeit eine neue inhaltliche Bedeutung. Sie ist der Schlüssel zum Verständnis des Zusammenhangs: Lineare Geschwindigkeitszunahme bedeutet quadratische Wegzunahme. Das wird in der Kopiervorlage deutlich.
Die Aufgaben 1-3 eignen sich für Klassenstufe 9. Man kann sie auch zur Wiederholung am Anfang der Analysis nutzen und dann durch die Modellierungsaufgabe 4 ergänzen.
Wer mehr über „GPS im Matheunterricht“ erfahren möchte, lese das folgende PM-Heft 53.

Kopiervorlage

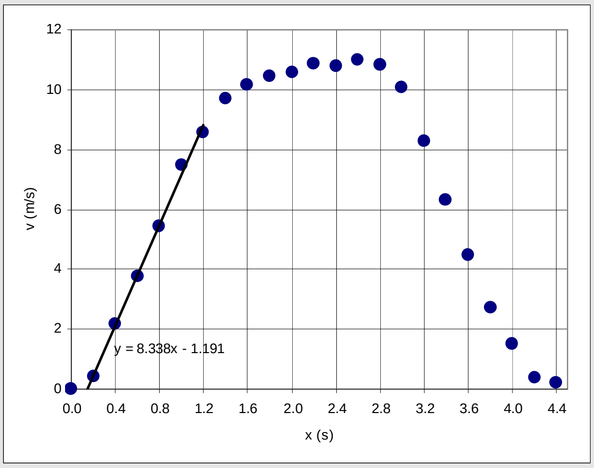

Abb. 1: Geschwindigkeitsverlauf

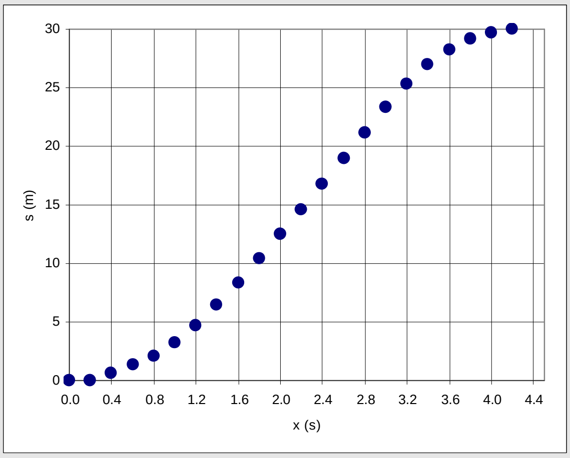

Abb. 2 Weg in Abhängigkeit von der Zeit

1 Niklas hat seinen Rennwagen mit Vollgas über den Schulhof gejagt und vor der Turnhalle eine Vollbremsung hingelegt. Abb. 1 zeigt den mit einem GPS-Empfänger aufgenommenen Geschwindigkeitsverlauf samt einer Trendgeraden. Fasse möglichst viele Information, die du dem Graphen entnehmen kannst, in Worte.

2 a) Die Fläche unter dem Zeit-Geschwindigkeits-Graphen hat die Maßeinheit s*(m/s)=m. Sie gibt die Länge der vom Rennwagen zurückgelegten Strecke an (*). Schätze die Länge der Rennstrecke und die Durchschnittsgeschwindigkeit in m/s und km/h.
b) Wie könnte man die Aussage (*) an einer Fahrt mit konstanter Geschwindigkeit einsichtig machen?

3 a) Die Geschwindigkeit y steigt während des Sprints linear mit der Zeit x, wie man an Abb. 1 erkennt. Die Trendgerade mit y=8,338*x-1,192=8,338*(x-0,143) beschreibt den Geschwindigkeitsverlauf gut. Mit diesem Modell kann man den ungefähren Startzeitpunkt x = 0,143s rekonstruieren. Erläutere.
b) Wenn man die Trendgerade als Modell verwendet, müsste sich die zurückgelegte Strecke bis zum Zeitpunkt x=1,2 s durch die Parabel mit s(x)=0,5*8,338*(x-0,143)*(x-0,143) beschreiben lassen. Begründe mit 2a).
Tipp: Im Funktionsterm der Parabel lässt sich die Formel zur Berechnung der der Fläche eines Dreiecks A=0,5*g*h wiederfinden. Welche Bedeutung haben hier g und h im Sachzusammenhang?
c) Kontrolliere durch Einzeichnen der Parabel in den gemessenen Graphen aus Abb. 2.

4 In zentralen Prüfungen versucht man häufig, Graphen wie Abb. 2 durch ganzrationale Funktionen vom Grad 3 zu „modellieren“, die in unserem Fall in (0,14; 0) und in (4,2; 30) Extrempunkte besitzen. Bestimme den Term einer solchen „Modellfunktion“ und bewerte den Modellierungsansatz mit dem gesunden Menschenverstand!

Autoren
Tobias Dehler, Anna-Freud-Schule, Alter Militärring 96, 50933 Köln
Dr. Wolfgang Riemer, Zentrum für schulpraktische Lehrerausbildung Köln