

MATHEMATIK

in der Schule



Forschendes Lernen

- Eigene Fragen entwickeln
- Ergebnisse dokumentieren
- Forschen bewerten

Herausgeber Heft 73

Matthias Ludwig
Brigitte Lutz-Westphal
Volker Ulm

Herausgeber

Jun. Prof. Dr. Christina Drüke-Noe,
Weingarten
Prof. Dr. Gilbert Greefrath, Münster
Prof. Dr. Michael Kleine, Bielefeld
Dr. Heinz Laakmann, Dortmund
Prof. Dr. Matthias Ludwig, Frankfurt
René Schelldorfer, Zürich
Prof. Dr. Hans-Stefan Siller, Koblenz

Editorial

Liebe Leserin, lieber Leser,
zur Arbeitsweise von Mathematikern gehören die wiederkehrenden Elemente Ausprobieren, Erkunden sowie der Umgang mit Unfertigem und mit Irrwegen. Vor allem ist das Betreiben von Mathematik nur durch Eigenaktivität möglich. Man muss es selbst tun, man muss selbst auch Irrwege gehen und man muss Frustrationen aushalten, wenn etwas nicht so klappt (z. B. ein Beweis), wie man es sich vorgestellt hat. Die Möglichkeit des Scheiterns ist in der Mathematik allgegenwärtig. Umso größer ist dann die Freude des Gelingens, die Freude darüber, dass etwas passt, dass etwas „aufgeht“. In der Schule erscheint aber das „Passen“, das „Aufgehen“ als Normalität, das Scheitern ist eher etwas Negatives, das es zu vermeiden gilt, etwas worauf man verzichten kann. Forschendes Lernen hingegen ist ein schüleraktivierendes Unterrichtsprinzip, bei dem Scheitern erlaubt, ja sogar gewünscht ist, weil man daran wunderbar lernt, wie Mathematiktreiben funktioniert. Durch forschendes Lernen gelingt ein anderer Blick auf Mathematik, der Mathematikunterricht wird authentischer. Wir wünschen Ihnen viel Freude mit diesem Heft und beim Ausprobieren der Ideen.

Ihre Herausgeber
M. Ludwig, B. Lutz-Westphal
und V. Ulm

Inhalt

Forschendes Lernen

Forschendes Lernen im Mathematikunterricht Mathematische Phänomene aktiv hinterfragen und erforschen Matthias Ludwig, Brigitte Lutz-Westphal, Volker Ulm	2
Mathematische Situationen erkunden Formulieren und Variieren von Fragestellungen (10. Klasse) Ramona Behrens	10
Wo bitte ist die Mitte? (7. Klasse) Anne Klein, Astrid Merkel	18
Noten fürs Forschen? Leistungsmessung bei forschendem Lernen (alle Jahrgangsstufen ab 5) Katja Maaß, Karen Reitz-Koncebovski	24
Mit Taschentuchpackungen forschend Raum und Form durchdringen (6. Klasse) Alexander Schulte	31
„Wir haben nachgedacht, was beim Allgemeinen kommt“ Forschendes Lernen im Unterrichtsalltag (5. – 10. Klasse) Katrin Steinke	35
Punktlandung mit Google GPS-Daten im Dienste der Vektorrechnung (11. – 13. Klasse) Wolfgang Riemer	40
Vorschau/Rückschau/Impressum	48

www.aulis.de

Online-Ergänzungen
und Kopiervorlagen
Passwort für Abonnenten

Kopiervorlagen

Kopiervorlagen
Online-Material



Praxis der Mathematik in der Schule
erscheint im Aulis Verlag

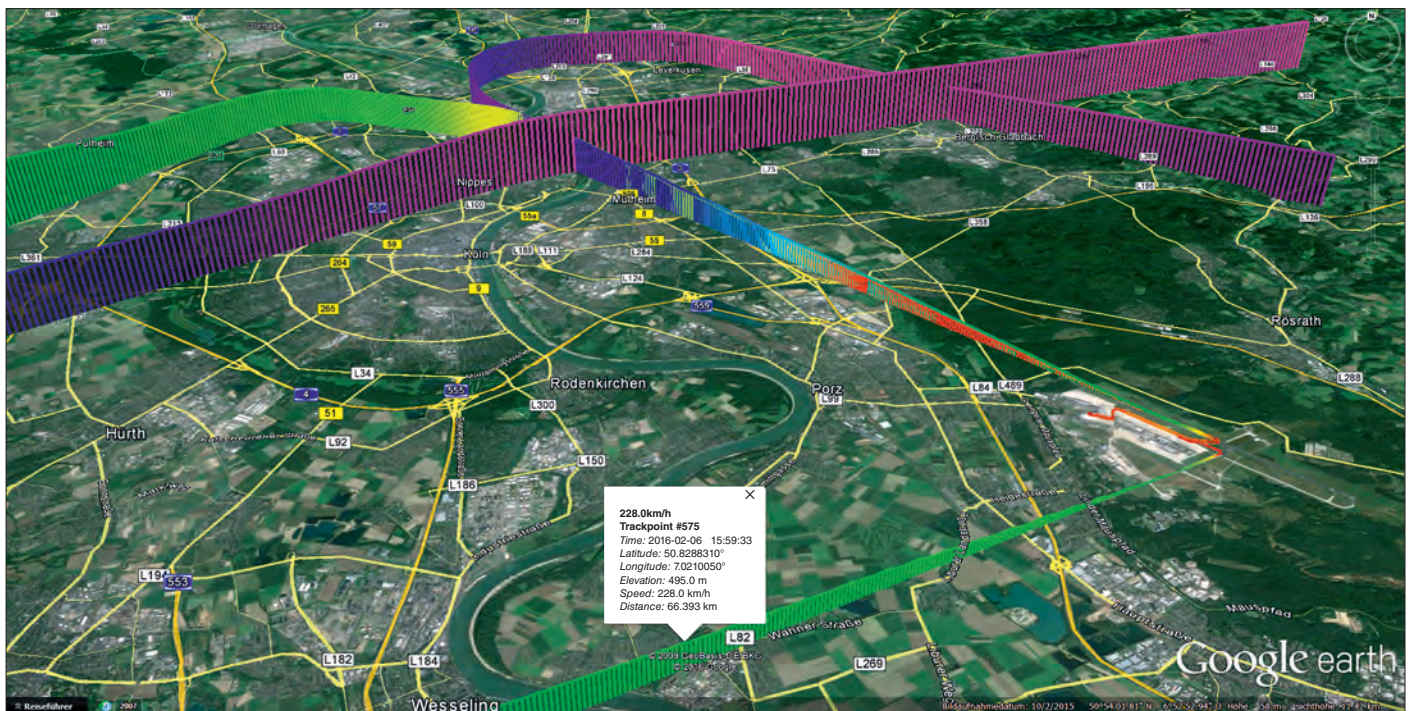


Abb. 1: Drei Landungen auf dem Flughafen Köln-Bonn in Google-Earth visualisiert. Die Tracks sind nach Geschwindigkeit eingefärbt. Mit der Maus lässt man sich Position, Höhe und Geschwindigkeit anzeigen (weißes Rechteck).

Punktlandung mit Google

GPS-Daten im Dienste der Vektorrechnung

Wolfgang Riemer

Die vektorielle Beschreibung von Flugbewegungen durch Geraden im Raum ist in der linearen Geometrie ein Muss. Wie linear die Landeanflüge tatsächlich verlaufen, lässt sich anhand von GPS-Tracks überprüfen. Wer den Rückflug aus den Ferien nicht gleichzeitig zur Unterrichtsvorbereitung nutzen möchte, kann die Tracks im Download oder „technologiefreie“ Teile der Kopiervorlage nutzen.

Erste wintersche Grunderfahrung: „Unentbehrlich für Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, welche Art von Aufklärung durch Mathematik zustande kommen kann.“ Da in der Vektorrechnung überzeugende „Beispiele gelebten Lebens“ vergleichsweise „dünn gesät“ sind, fehlen in keinem Schulbuch Flugzeugaufgaben nach dem Muster: „Gegeben sind zwei Positionen A und B , die ein Flieger im Landeanflug im zeitlichen Abstand von 10 s annimmt. Wo (Position C) und wann wird das Flugzeug landen?“

Falls die Daten für A und B aus einer Landkarte stammen, wird man die Positionen natürlich so wählen, dass C auf der Landebahn liegt.

Auch die *Kopiervorlage* enthält diese Aufgabe, aber nicht mit ausgedachten, son-

dern mit gemessenen Positionen (*Tab. 1*). Der Track, dem die Positionen entnommen wurden, findet sich (als kmz-Datei für Google Earth und auch als Kalkulationstabelle) im Download zu diesem Artikel. Durch Untersuchungen an diesem Track, durch den Vergleich von mathematischem Modell und geflogener Wirklichkeit, durch Nachdenken über Messungenauigkeiten und Koordinatensysteme steigt die Authentizität des Kontextes so, dass er zur Realisierung der ersten winterschen Grunderfahrung beitragen kann. Im Einzelnen:

- Wir prognostizieren (in Aufgabe 1 der *Kopiervorlage*) die Landeposition C aus gemessenen Flugdaten, vergleichen sie mit der tatsächlichen Landeposition und untersuchen, wie sich Messungenauigkeiten auf die prognostizierte Landeposition auswirken.

Klassenstufen: 11 – 13
Leitidee: Messen
Kompetenz: mathematische Darstellungen verwenden

- Die Annahme einer linearen Bewegung wird in Aufgabe 2 anhand des Tracks untersucht.
- Dass GPS-Empfänger Positionen nicht in kartesischen, sondern in geografischen Kugelkoordinaten messen, macht neugierig auf die Zusammenhänge. Diese lassen sich nicht nur mithilfe der Trigonometrie (ab Klasse 9), sondern, wie Aufgabe 3 zeigt, experimentell (ab Klasse 7) durch Zeichnen und Ausmessen von Google-Karten oder durch eigene Experimente erkunden.

Getting started (Aufgabe 1)

Sie kennen Google Earth, weil Sie sich Reiseziele vor der Buchung anschauen? Sie interessieren sich aber nicht für GPS, haben auch nicht vor, im Unterricht Tabellenkalkulation einzusetzen? Und dennoch wollen Sie Schülerinnen und Schülern bei der Vektorrechnung authentische Bilder (*Abb. 1, 2, 3*) nicht vorenthalten? Dann klicken Sie auf *landung-rom-köln.kmz*. Google-Earth öffnet sich. Sie können sich wie in den *Abb. 2* und *3* gezeigt die Landung von allen Seiten anschauen, aus der Vogelperspektive ebenso wie aus der Froschperspektive. Zoomen und suchen Sie mithilfe der Maus in



Abb. 2: Landung real (grün/gelb) und im extrapolierten Linearmodell (rot). Der aus ca. 800 m Höhe (bei 400 km/h) aus zwei Positionen A und B im Abstand von 10 s bzw. ca. 1000 m prognostizierte Landepunkt liegt ca. 80 m neben dem realen.

der 3-D-Karte die Positionen A und B der in Tab. 1 der Kopiervorlage markierten Punkte und prognostizieren Sie mithilfe der Vektorrechnung, wo die Landehöhe (hier 107 m) erreicht werden müsste.

Da bei geografischen Koordinaten $0,001^\circ$ nach Norden einer Länge von 111 m, nach Osten einer Länge von 71 m entsprechen (mögliche Vertiefung in Aufgabe 3), kann man nach Festlegen eines Ursprungs sowohl in geografischen wie auch in metrischen Koordinaten rechnen und die Prognose mit der Realität vergleichen. Zur Abrundung lädt man in Google Earth zusätzlich den Track extrapolation-landung-rom-köln.kmz und erkennt, dass der prognostizierte Landepunkt C' knapp neben der Landebahn liegt (Abb. 2).

Natürlich reizt die Verwendung realer Daten zum Nachdenken über die Genauigkeit solcher Landepunktprognosen: Wenn der Datenlogger nach 1000 m Flugstrecke

(das entspricht einem Zeitintervall von 10 s) wegen GPS-Messungenauigkeit eine Position „10 m zu weit rechts“ signalisiert, liegt der prognostizierte Landepunkt 100 m zu weit rechts. Liegt er 10 m zu hoch, wird man auch eine um 10 m zu große Landehöhe erhalten, der prognostizierte Landepunkt verschiebt sich wegen des Landewinkels von ca. 3° (Kasten 1) ca. 200 m hinter den tatsächlichen.

Linearität prüfen – Trackauswertung mit Tabellenkalkulation (Aufgabe 2)

Wenn der Track als Kalkulationstabelle vorliegt, lässt sich die Linearitätshypothese wie folgt überprüfen: Man schreitet auf der Modellgeraden zwischen Startpunkt A und Landepunkt C in Sekundenschritten um die Strecke voran, um die sich der reale Flieger bewegt und erhält so einen linearen Modelltrack, den man zusammen mit dem in Google „geflogenen“ visualisiert.

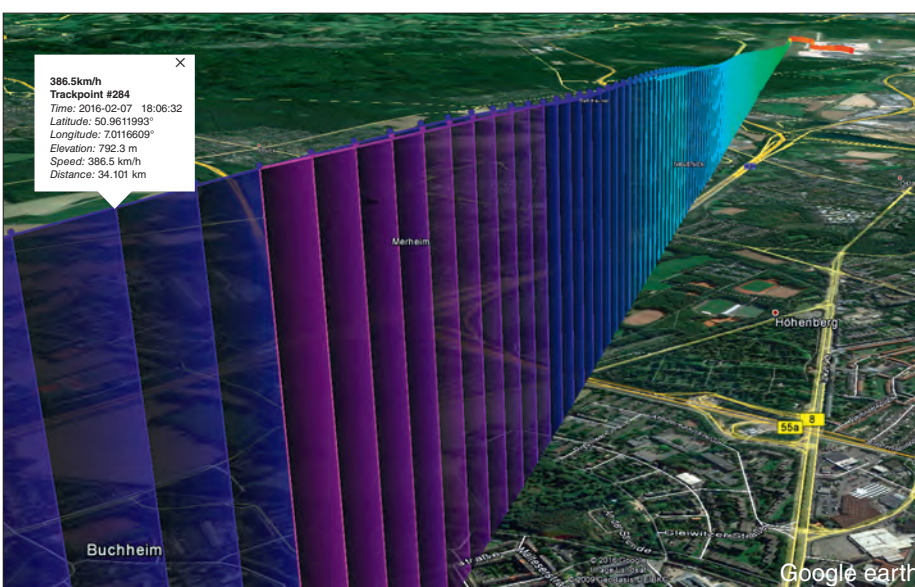


Abb. 3: Interpolation: Die gemessenen Positionen mäandrieren um die Gerade durch einen Anfangspunkt A (zwei Sekunden hinter dem durch das Rechteck markierten Punkt) und Landeposition C.

Instrumentenflug:

Bei Erreichen der Anfluggrundlinie schwenkt das Flugzeug auf diese ein und folgt ihr bis zum späteren Aufsetzen. Das geschieht meist unter Zuhilfenahme eines Instrumentenlandesystems. Mit Erreichen des ‚final approach point‘ wird der finale Sinkflug eingeleitet. Dabei folgt das Flugzeug dem Gleitpfadsender. Der Winkel des Gleitpfades beträgt ca. 3° und führt exakt zum Aufsetzpunkt der jeweiligen Landebahn. Tipp: Wenn man – wie in Abb. 1 – mehrere Tracks hat, kann man nach dem ‚final approach point‘ suchen.

Kasten 1: Quelle <https://de.wikipedia.org/wiki/Landeanflug>

Wie man in Abb. 3 erkennt, mäandrieren die Messdaten tatsächlich um die Modellgerade durch A und C.

Ein noch genaueres Bild erhält man, wenn man die Abstände gemäß Abb. 4 zwischen linearem Modell und gemessener Wirklichkeit im zeitlichen Verlauf untersucht.

Dass das „Mäandrieren“ der Positionen eher auf GPS-Messungenauigkeiten zurückzuführen ist, als auf ein in Turbulenzen „schlingerndes“ Flugzeug, belegt Abb. 5. Die Positionsangaben zweier simultan arbeitender Datenlogger (gleicher Bauart) weichen in gleicher Größenordnung voneinander ab wie die im Flug gemessenen Positionen von der interpolierenden Modellroute.

Geografische Koordinaten mit Google-Earth erkunden (Aufgabe 3)

Im Zeitalter von Smartphone und Geocaching gehört es zum „Weltwissen“ vieler Kinder, dass Positionen auf der Erde in geografischen Koordinaten Latitude und Longitude angegeben werden. Für eine exakte Umrechnung in kartesische Koordinaten gemäß Kasten 2 muss man den Breitenkreisradius r_0 über den Kosinus der geografischen Breite berechnen.

Aufgabe 3 zeigt, wie man die Zusammenhänge (ab Klasse 6) virtuell über Google-Karten oder real durch Abschreiten von Strecken handelnd erschließen kann – wieder ganz im Sinne der ersten winterschen Grunderfahrung: Wenn die geografische Breite um $0,001^\circ$ zunimmt, entspricht das einer Strecke von 111 m nach Norden, wenn aber die geografische Länge um $0,001^\circ$ zunimmt, entspricht das (in NRW) aber nur ca. 71 m nach Osten.

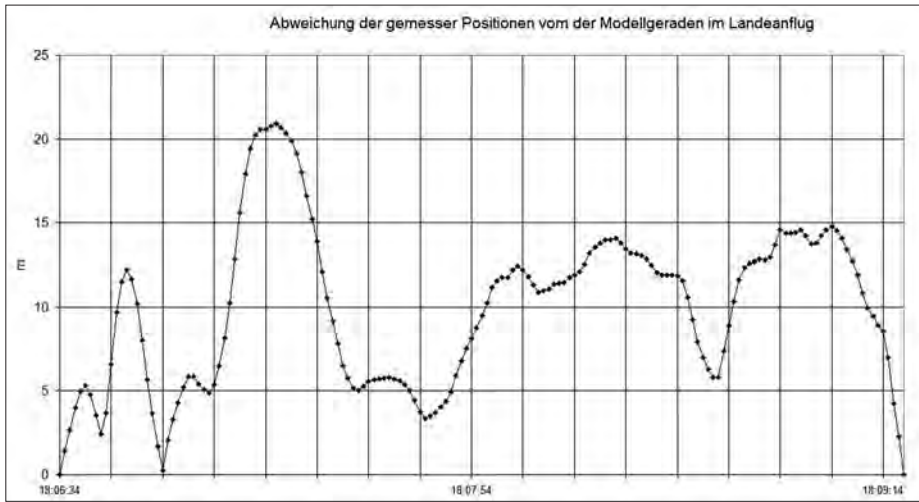


Abb. 4: Abweichungen (in m) der Flugzeugspur von der Modellgeraden durch Anfangs- (A) und Lande- position (C)

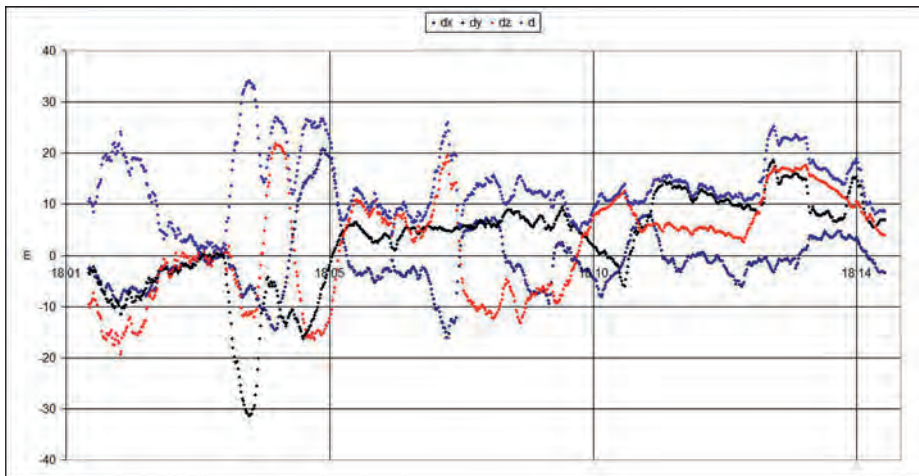


Abb. 5: Messungenauigkeit. Die Positionen, die von zwei (am gleichen Flugzeugfenster positionierten) simultan arbeitenden Datenloggern gemessenen wurden, weichen voneinander um durchschnittlich 10 m ab. Aufgezeichnet wurden die Unterschiede dx , dy und dz der x -, y - und z -Koordinaten. Es gilt $d = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$.

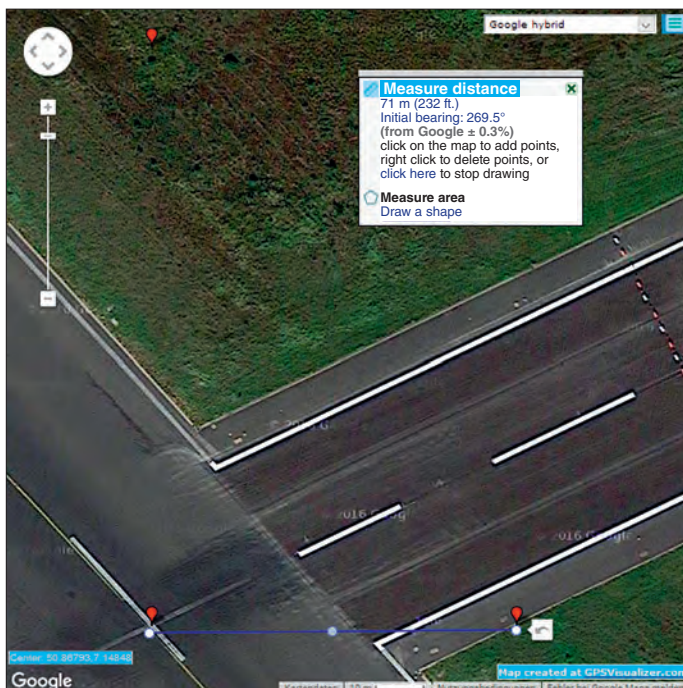
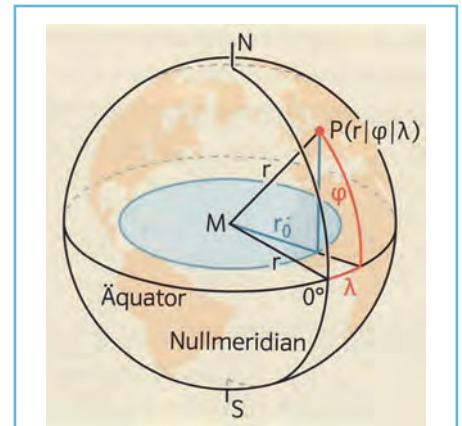


Abb. 6: Wenn man vom Ursprung (Pin links unten, mitten auf der Kreuzung der Landebahnen) je um 0,001° nach Osten bzw. Norden wandert, erhält man neue Pins, deren Abstand zum Ursprung man mit einem Messwerkzeug (hier 71 m) bestimmt. Das Zeichnen und Ausmessen der Karte geschieht online mit www.gpsvisualizer.com wie in den GPS-Tipps beschrieben.



φ = LATITUDE = geografische Breite
 λ = LONGITUDE = geografische Länge

(Erdradius $r = 6\,370$ km)
 Wenn man einen Ursprung $O(lat_0; lon_0)$ festlegt, erhält man kartesische Koordinaten mit

$$y = \frac{lat - lat_0}{180} \pi \cdot r \quad \text{und}$$

$$x = \frac{lon - lon_0}{180} \pi \cdot r \cdot \cos\left(\frac{lat}{180} \cdot \pi\right)$$

Kasten 2: Lokal, in der Nähe von $O(lat_0, lon_0)$ ist die Erde eine Ebene

Resümee

Dank Instrumentenanflug landen Flugzeuge trotz abnehmender Reisegeschwindigkeit absolut geradlinig. Das kann man durch Untersuchung gemessener GPS-Daten eindrucksvoll belegen. Vektorrechnung wird in authentischem Kontext lebendig – und wenn man sich beim Blick auf die Messdaten mit dem geografischen Koordinatensystem anfreundet, weil es auch auf dem eigenen Smartphone „lebt“, erscheint ein

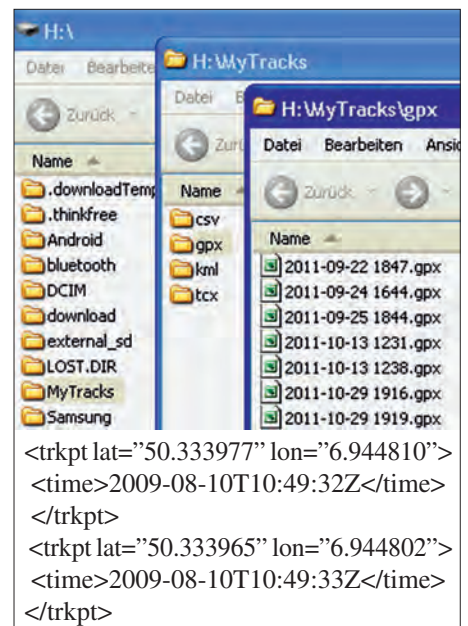


Abb.7: Der Ordner Mytracks (Smartphone-App) enthält Unterordner, in denen Tracks in verschiedenen Formaten abgelegt werden.

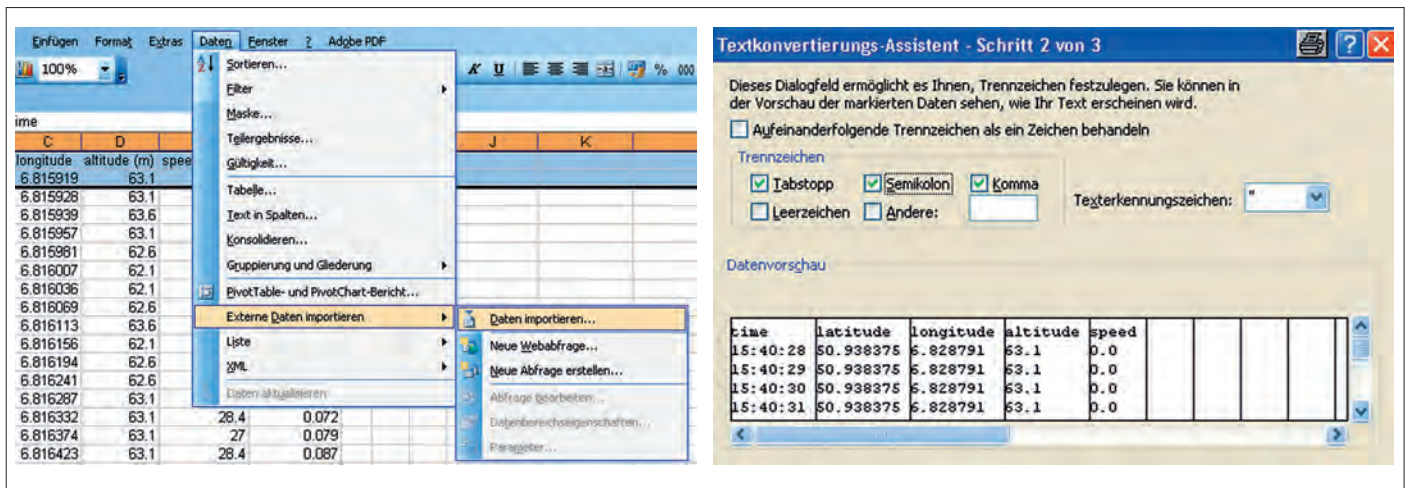


Abb. 8: Import von csv-Daten in Excel

Stückchen Alltagswirklichkeit in einem neuen Licht.

GPS-Tipps

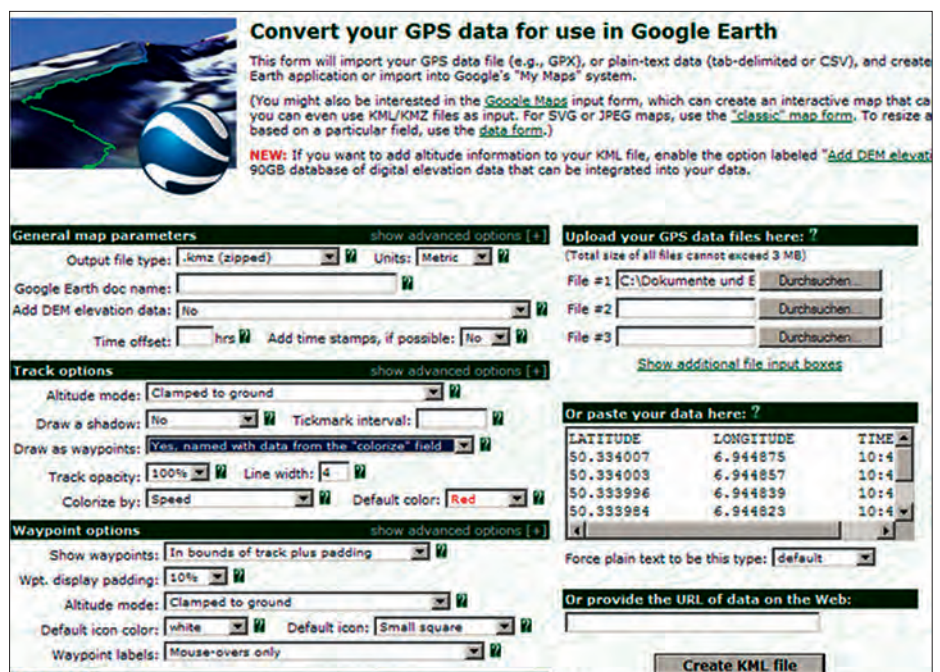
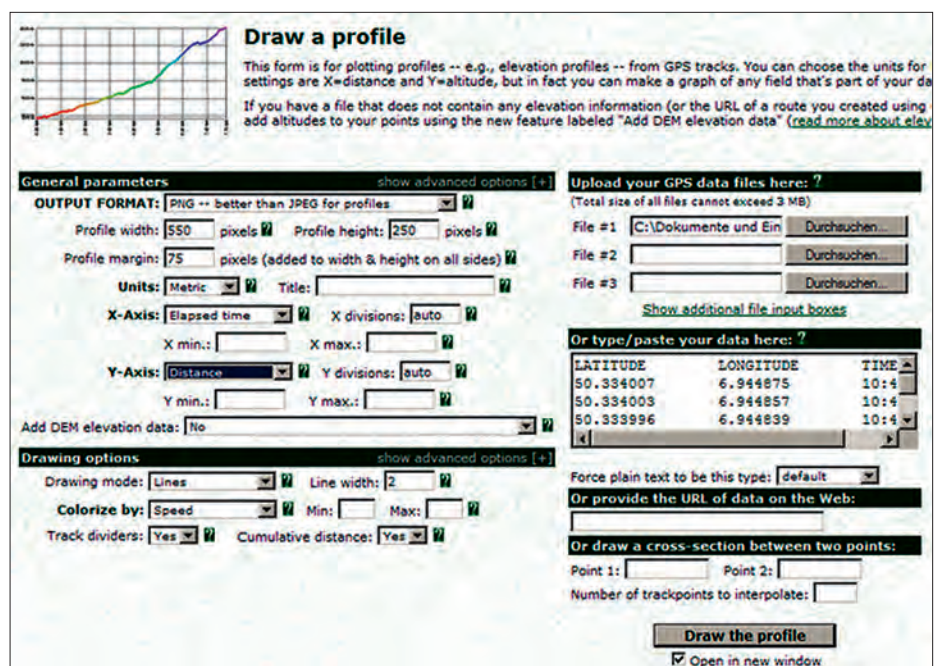
Wer eigene Tracks aufbereiten oder die Download-Daten nach eigenen Vorstellungen weiterverarbeiten oder die Aufgaben 2 und 3 der *Kopiervorlage* bearbeiten möchte, kann folgende Anleitung nutzen.

Tracks

Tracks sind Textdateien, in denen im Sekundenabstand gemessene Positionen abgespeichert sind. Die Dateinamen setzen sich zusammen aus Datum/Uhrzeit und der Dateierweiterung gpx. Diese Dateien kann man über USB auf den Computer übertragen (Abb. 7) und mit einem Texteditor (z. B. WordPad) ansehen. Zu erkennen sind die geografischen Koordinaten und ein Zeitstempel im Sekundenabstand.

Tracks zur Bearbeitung und Auswertung in eine Tabellenkalkulation importieren

- Man stellt in Excel unter Extras/Optionen international den Punkt als Dezimaltrennzeichen ein, denn „GPS spricht englisch“.
- Dann wandelt man die gpx-Datei in eine csv-Textdatei um, z. B. mit
- www.gpsvisualizer.com/convert_input.
- In Excel liest man mit *Daten/Externe Daten importieren* (Abb. 8) die erzeugte csv-Datei ein. Man erkennt, dass geografische Breite „Latitude“ und Länge „Longitude“ (in Grad) mit sechs oder mehr Nachkommastellen aufgezeichnet werden. Die Zellen der Spalte „Time“ müssen ggf. als hh:mm:ss formatiert werden.
- Da 1 Meter klassisch als der 40 000 000. Teil des Erdumfangs (360°) definiert

Abb. 9: Konvertieren und Auswerten mit www.gpsvisualiser.comAbb. 10: Mit www.gpsvisualiser.com Graphen von Bewegungsfunktionen zeichnen

ist, entspricht 1 Millionstel Grad in N-S Richtung (Latitude) $\frac{1}{9} m = 0,111 m$ und in W-O Richtung auf der geografischen Breite Deutschlands etwa 0,071 m. Das kann man nutzen, um die Positionen in Meter umzurechnen.

Google Earth

Google Earth nutzt man, um Tracks (im kmz-Format) auf dem Globus darzustellen. Dazu wandelt man den Track über www.gpsvisualizer.com in das kmz-Format um, wie in Abb. 9 zu sehen.

Im Feld *Upload your GPS data files* gibt man den Ort der Track-Datei (.gpx) an oder man kopiert die Daten aus einer Excel-Tabelle samt Spaltenüberschrift in die Eingabemaske, wählt unter *Output file type* das Output Format .kmz, wählt unter *Altitude mode* für Flugdaten: *Extruded connected to ground as a wall*, färbt den Track z. B. nach Geschwindigkeit und wählt bei *Draw as waypoints* die Option *Yes, namend with data from the colorized field*.

Wenn man dann *convert* anklickt, steht der kmz-File zum Download bereit. Nach dem Laden in Google Earth werden Position und Geschwindigkeit nun an jedem Trackpunkt angezeigt, wenn man mit der Maus darüber fährt.

Landkarten ausmessen

Wenn man in www.gpsvisualizer.com *MAKE A MAP – google map* anklickt, öffnet sich eine ähnliche Maske wie oben und man kann die Koordinaten von Punkten in *Or paste your data here* eingeben und erhält anschließend eine Karte, in der die

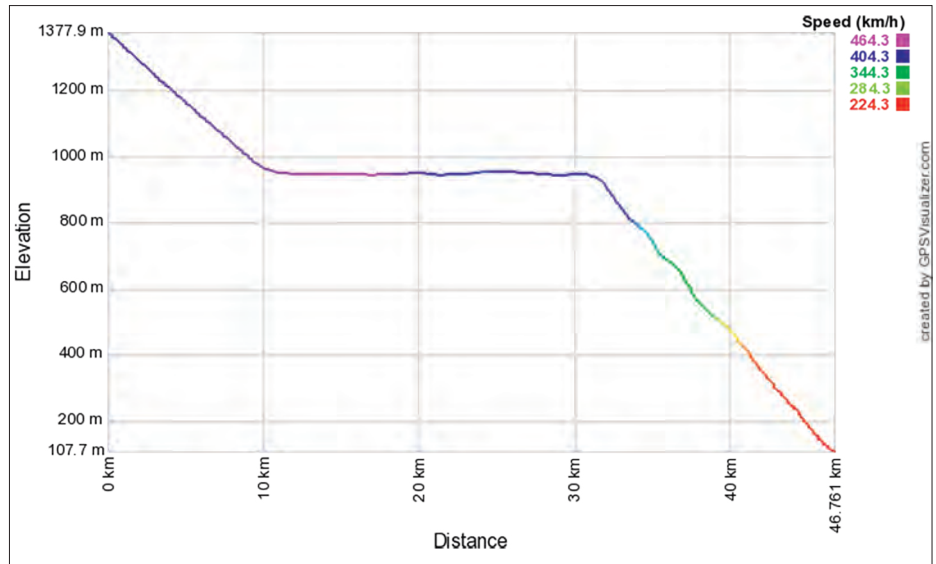


Abb. 11: Nach Geschwindigkeit gefärbtes Höhenprofil

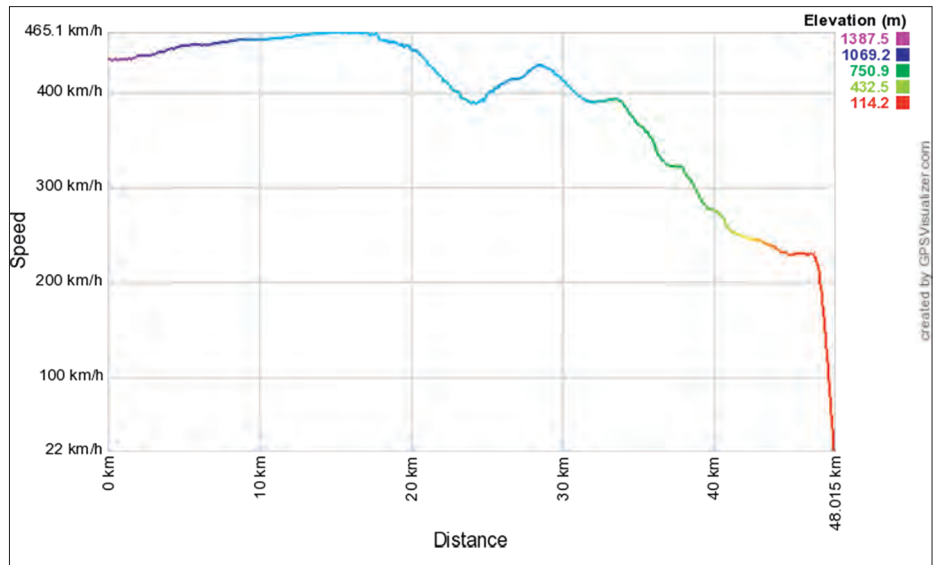


Abb. 12: Nach Höhe gefärbter Weg-Geschwindigkeitsgraph

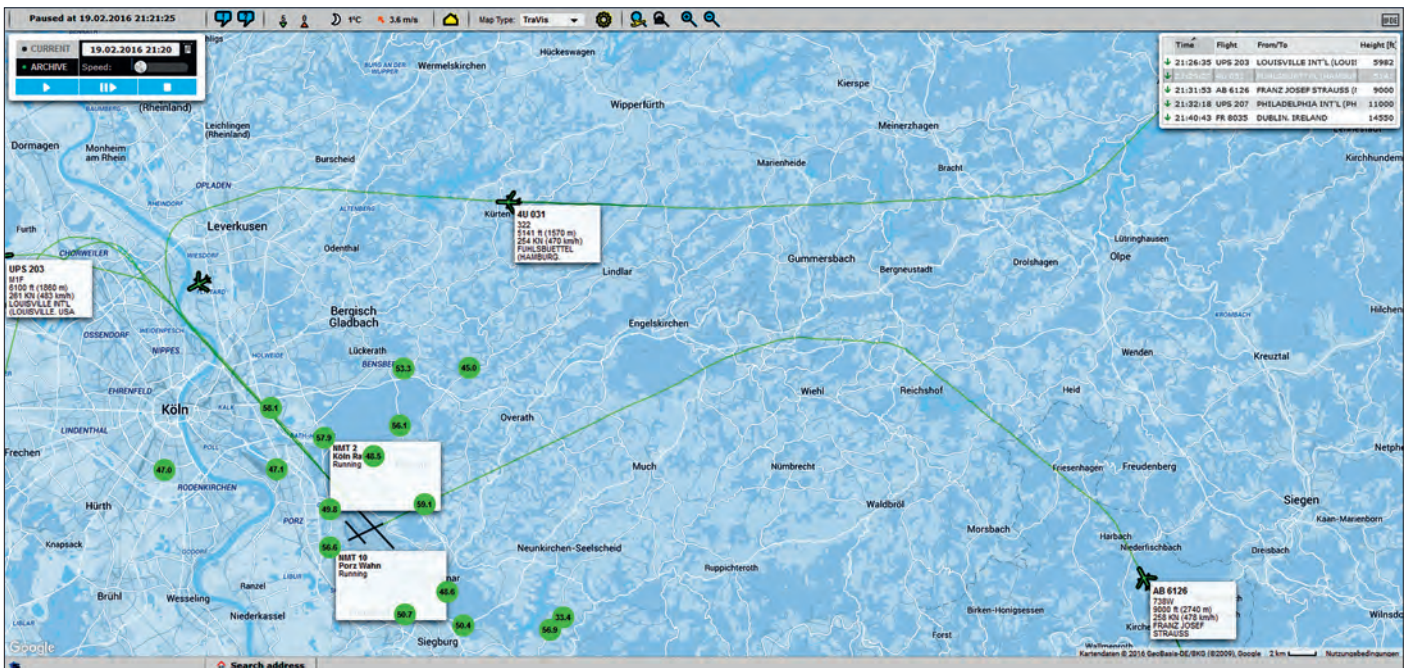


Abb. 13: Flugradarseite <http://travis.koeln-bonn-airport.de>

Punkte markiert sind. Diese Karte bietet auch metrische Werkzeuge zum Ausmessen von Längen (und Flächen), die in Aufgabe 3 der *Kopiervorlage* gebraucht werden.

Funktionsgraphen zeichnen

Ein Werkzeug zur grafischen Auswertung von Tracks über Erstellung von Funktionsgraphen ist <http://www.gpsvisualizer.com>. Man klickt auf **MAKE A PROFILE** und gibt im Feld *Upload your GPS data files here* die Track-Datei (.gpx) ein oder kopiert aus einer Excel-Tabelle die Spalten Lat Lon Time mit Spaltenüberschriften in das Eingabefeld (Abb. 10). Man wählt die Größen aus, die auf der x/y -Achse dargestellt wer-

den sollen, (z. B. distance – in m – auf der x - und altitude (in m) auf der y -Achse, färbt den Graphen nach einer dritten Größe („speed“) und klickt *draw the profile*. Es entsteht ein Weg-Höhendiagramm wie in Abb. 11.

Flugradar

Wer weder selbst fliegen noch GPS-Daten verarbeiten, aber trotzdem nicht ganz auf authentische Daten verzichten möchte, kann sich mit Flugradarseiten behelfen. Dort können Flugrouten und Positionen in „Echtzeit“ verfolgt oder später aus dem Archiv abgerufen werden. Ein Beispiel zeigt Abb. 13.

Literatur und Technik

Wolfgang Riemer / Greefrath, Gilbert (2013): *Mit Positionen rechnen – GPS im Mathematikunterricht nutzen*. In: Greefrath, Gilbert; Riemer, Wolfgang *Praxis der Mathematik in der Schule (PM)* 53 (Jg. 55); S. 2–9

Als Datenlogger hat sich Qstarz Xtreme 10HZ, mit dem man auch im Linienflugzeug zehn Positionen je Sekunde aufzeichnen kann, bestens bewährt. ■

Verfasser

Dr. Wolfgang Riemer
Zentrum für schulpraktische
Lehrerbildung (ZfsL) Köln
w.riemer@arcor.de

CLASSPAD II: PRAKTISCH WIE EIN TABLET, SICHER WIE EIN SCHULRECHNER

DAS SMARTE MINT-WERKZEUG MIT TOUCHSCREEN UND APPS.

- Grafikrechner mit CAS
- Großes, drehbares Farbdisplay (4,8 Zoll)
- Bedienung wie bei Tablets
- Grafiken können mit den Fingern verschoben oder aufgezogen werden
- Zuverlässige Stromversorgung:
Laufzeit bis zu 130 Unterrichtsstunden¹
- Robuste Bauweise für langjährigen Schuleinsatz
- Einfacher Reset
- Keine Spiele-Apps, keine Schad-Software
- Keine drahtlose Kommunikation möglich



CASIO

¹ Handelsübliche Batterien 4 x AAA

Airbus im Landeanflug

1 Vektorrechnung (technologiefrei)

Tab. 1 enthält das Protokoll einer Landung auf dem Flughafen Köln-Bonn. Innerhalb von 10 s bewegt sich das Flugzeug um 1030 m von A nach B. Bevor Sie sich der folgenden Aufgabe widmen, können Sie sich einen Eindruck von Verlauf dieser Landung verschaffen, indem Sie die Datei landung-rom-koeln.kmz in Google Earth öffnen, mit der Maus (etwa über den Zeitstempel) die Punkte A, B und C suchen und die Positionsangaben der zugehörigen Tabellenzeilen kontrollieren.

Ursprung ->	50.86746	7.147942								
LOCAL TIME	LATITUDE	LONGITUDE	HEIGHT	SPEED	t (s)	x (m)	y (m)	z (m)	s (m)	
A	18:06:34	50.959801	7.013736	783.7	381.74	0	-9398.1	10266.6	783.7	0
	18:06:35	50.959108	7.014760	779.1	379.16	1	-9326.5	10189.6	779.1	105.2
	18:06:36	50.958419	7.015776	774.4	376.82	2	-9255.5	10113.0	774.4	209.8
	18:06:37	50.957734	7.016783	769.9	374.66	3	-9185.1	10036.9	769.9	313.6
	18:06:38	50.957051	7.017786	765.1	372.4	4	-9114.9	9961.0	765.1	417.1
	18:06:39	50.956369	7.018784	759.8	370.55	5	-9045.2	9885.1	759.8	520.3
	18:06:40	50.955690	7.019772	753.5	368.88	6	-8976.1	9809.6	753.5	622.8
	18:06:41	50.955011	7.020753	746.5	367.21	7	-8907.6	9734.2	746.5	724.9
	18:06:42	50.954334	7.021729	738.6	365.89	8	-8839.3	9658.9	738.6	826.8
	18:06:43	50.953660	7.022701	730.1	364.41	9	-8771.4	9583.9	730.1	928.4
B	18:06:44	50.952989	7.023666	721.3	363.2	10	-8704.0	9509.3	721.3	1029.3
	18:06:45	50.952319	7.024631	712.6	361.9	11	-8636.5	9434.8	712.6	1130.2
	18:09:13	50.879475	7.130330	116.2	230.62	159	-1235.4	1336.2	116.2	12118.5
	18:09:14	50.879049	7.130949	113.0	230.54	160	-1192.0	1288.9	113.0	12182.8
	18:09:15	50.878627	7.131565	111.1	229.6	161	-1148.8	1242.0	111.1	12246.6
	18:09:16	50.878205	7.132178	110.4	228.02	162	-1105.9	1195.0	110.4	12310.3
	18:09:17	50.877781	7.132789	108.9	226.48	163	-1063.0	1147.9	108.9	12374.0
C	18:09:18	50.877363	7.133396	107.7	224.34	164	-1020.4	1101.4	107.7	12437.1

Tab. 1: Ausschnitt aus dem GPS-Protokoll eines Landeanflugs auf Köln-Bonn. Der Sinkflug von 783,7 m auf 107,7m (Landebahn) dauerte 164 s und hatte eine Länge von 12447,1 m.

- Berechnen Sie die Koordinaten (x, y) des Punktes C' , in dem das Flugzeug die Landehöhe $z = 107,7$ m erreichen würde, wenn es sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit bewegen würde. Bestimmen Sie die in diesem Fall erwartete Landezeit.
- Bestimmen Sie, wie weit entfernt der prognostizierte Landepunkt C' vom tatsächlichen Landepunkt (C) entfernt liegt – und auch die zeitliche Differenz zwischen prognostizierter und tatsächlicher Landung. Benennen Sie mögliche Gründe für die Abweichungen.
- Bestimmen Sie den Neigungswinkel der Flugbahn zwischen den Punkten A und B sowie zwischen den Punkten A und C . Wie würden sich Neigungswinkel, prognostizierte Landeposition und prognostizierte Flugzeit ändern, wenn man in B eine 10 m höhere Position gemessen hätte?
- Geografisches Koordinatensystem: Wenn man sich um $0,001^\circ$ bewegt, entspricht das in Nordrichtung einer Strecke von 111 m, in Ostrichtung aber nur 71 m. Erläutern Sie am Globus, wie es bei diesen Richtungen zu diesen Unterschieden kommt. In Tab. 1 wurde der Ursprung in den Punkt gelegt, dessen geografische Koordinaten der ersten Zeile zu entnehmen sind. (Er liegt im Schnittpunkt von Haupt- und Querlandebahnen des Flugplatzes.) Kontrollieren Sie, ob die kartesischen Koordinaten x und y in Tab. 1 aus den geografischen (Latitude und Longitude) korrekt berechnet wurden.

2 Geradlinigkeit der Flugbahn (Tabellenkalkulation, Google Earth)

- Linearer Modelltrack zwischen *A* und *C*: Berechnen Sie mithilfe einer Tabellenkalkulation die 164 Positionen, auf denen sich das Flugzeug bei geradliniger Bewegung zwischen *A* und *C* hätte befinden müssen, wenn er sich mit den gemessenen Geschwindigkeiten (um die *gemessenen* Positionsdistanzen) Sekunde für Sekunde geradlinig weiter bewegt hätte. Rechnen Sie sowohl in geografischen wie in metrischen Koordinaten.
- Berechnen Sie sekundenweise die Abstände zwischen den berechneten und den gemessenen Positionen und veranschaulichen Sie die zeitliche Entwicklung der Abstände in einem Liniendiagramm.
Zur Kontrolle: In *A* und *C* müssen die Abstände 0 m betragen.
- Verwandeln Sie mithilfe von www.gpsvisualizer.com Ihren linearen Modelltrack in eine kmz-Datei, die Sie gemeinsam mit dem geflogenen Track in Google-Earth veranschaulichen.
- Nehmen Sie Stellung zu der Aussage: Die Flugbahnen bei Landeanflügen lassen sich durch Geraden im Raum beschreiben.

3 Koordinatensystem

Um Punkte auf der Erdoberfläche zu beschreiben, nutzen GPS-Geräte die geografische Breite Latitude φ und die geografische Länge Longitude λ in Grad ($^{\circ}$).

- Zeichnen Sie mit www.gpsvisualizer.com in einer Google-Karte mit drei Pins, je einen Punkt
 - bei $O(7.147942^{\circ}; 50.867456^{\circ})$, dort soll der Ursprung des kartesischen Koordinatensystems liegen.
 - bei $X(7.148942^{\circ}; 50.867456^{\circ})$, das entspricht dem um $0,001^{\circ}$ nach Osten verschobenen Ursprung.
 - bei $Y(7.147942^{\circ}; 50.868456^{\circ})$, das entspricht dem um $0,001^{\circ}$ nach Norden verschobenen Ursprung.
- Kontrollieren Sie mit dem Google-Lineal: *X* liegt 71 m östlich, *Y* 111 m nördlich des Ursprungs *O*.
In Worten: Wenn man sich um 111 m nach Norden bewegt, nimmt die geografische Breite um $0,001^{\circ}$ zu.
Wenn man sich um 71 m nach Osten bewegt, nimmt die geografische Länge um $0,001^{\circ}$ zu.
- Überprüfen Sie diese Angaben, indem Sie mit geöffneter GPS-APP Ihres Smartphones diese Entfernungen genau nach Norden/Osten gehen und ihren Fahrradachometer zum Längenmessen nutzen.

Vorschau

Heft 74/59. Jahrgang (April 2017)

Aufgaben

Hrsg.: Hans-Stefan Siller, Christina Drüke-Noe

Heft 75/59. Jg. (Juni 2017)

Modellieren

Hrsg.: Gilbert Greefrath,
Stanislaw Schukajlow

Heft 76/59. Jg. (August 2017)

Inklusion *

Hrsg.: Hans-Stefan Siller,
Michael Kleine

Heft 77/59. Jg. (Oktober 2017)

Mathematik hat Geschichte

Hrsg.: René Schelldorfer,
Sebastian Schorsch, Ingrid Hupp

Heft 78/59. Jg. (Dezember 2017)

Geometrie in Bewegung *

Hrsg.: Heinz Laakmann, Florian Schacht

Heft 79/60. Jg. (Januar 2018)

Abitur & Co. *

Hrsg.: Christina Drüke-Noe, Gilbert Greefrath

Heft 80/60. Jg. (April 2018)

Mission Titelverteidigung *

Hrsg.: Matthias Ludwig

Rückschau

Heft 68 | Februar 2016 | 58. Jg.

Schritte zum Problemlösen

Hrsg.: René Schelldorfer, Timo Leuders,
Benjamin Rott

Heft 69 | Juni 2016 | 58. Jg.

Die dritte Dimension – TRaumgeometrie

Hrsg.: Christina Drüke-Noe, Matthias Ludwig

Heft 70 | August 2016 | 58. Jg.

Herausforderung Heterogenität

Hrsg.: Hans-Stefan Siller, Jürgen Roth

Heft 71 | Oktober 2016 | 58. Jg.

Unterricht – planen und gestalten

Hrsg.: Heinz Laakmann

Heft 72 | Dezember 2016 | 58. Jg.

Origami – gefaltete Mathematik

Hrsg.: Michael Kleine, Viktor Fast

Heft 73 | Februar 2017 | 59. Jg.

Forschendes Lernen

Hrsg.: Matthias Ludwig,
Brigitte Lutz-Westphal, Volker Ulm

Hinweis: Zum Titelbild der PM 71 haben wir Rückmeldungen von Leserinnen und Lesern erhalten. Vielen Dank dafür. Eine Stellungnahme der Herausgeber finden Sie auf der Homepage zur PM 71.

Aufforderung zur Mitarbeit

Interessierte Fachkollegen und -kolleginnen sind zur aktiven Mitgestaltung der Zeitschrift aufgerufen und gebeten, sich baldmöglichst mit dem jeweiligen Heftherausgeber mit Vorschlägen zur Abstimmung in Verbindung zu setzen. Bei den mit * gekennzeichneten Themenheften ist eine Mitarbeit am **Thementeil** noch möglich. Auch sind weitere eigene Themenvorschläge und Anregungen zu deren Bearbeitung willkommen. Die **Freien Beiträge und Fundstücke** sind nicht themengebunden. Hier ist ein freier Manuskripteingang sehr erwünscht. Besonders geeignet sind Beiträge mit einem unmittelbaren Bezug zur Unterrichtspraxis. Einsendungen zum Magazinteil werden an die Redaktion erbeten.

IMPRESSUM

(ISSN 1617-6960)

Herausgeber:

Jun. Prof. Dr. Christina Drüke-Noe
Pädagogische Hochschule Weingarten
University of Education, Fachbereich Mathematik
Kirchplatz 2, 88250 Weingarten
Email: druekenoe@ph-weingarten.de
Prof. Dr. Gilbert Greefrath
Westfälische Wilhelms-Universität Münster,
Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik
Fliednerstr. 21, 48149 Münster
E-Mail: greefrath@uni-muenster.de
Prof. Dr. Michael Kleine
Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik: IDM
Universitätsstraße 25, 33615 Bielefeld
E-Mail: michael.kleine@uni-bielefeld.de
Dr. Heinz Laakmann
Technische Universität Dortmund IEM, Z.430
Vogelpothsweg 78, 44221 Dortmund
E-Mail: hlaakmann@me.com
Prof. Dr. Matthias Ludwig
Institut für Didaktik der Mathematik und der Informatik
Goethe-Universität
Robert-Mayer-Straße 6–8, 60325 Frankfurt
ludwig@math.uni-frankfurt.de
René Schelldorfer
Pädagogische Hochschule Zürich
Lagerstr. 2 / Postfach, 8090 Zürich
E-Mail: rene.schelldorfer@phzh.ch
Prof. Dr. Hans-Stefan Siller
Universität Koblenz-Landau, Campus Koblenz
FB3: Mathematisches Institut
Universitätsstraße 1, 56070 Koblenz
siller@uni-koblenz.de

Praxis- und Wissenschaftsbeirat PM:

Christoph Hammer, Universität Osnabrück;
Dr. Rainer Heinrich, SMK Sachsen, Dresden;
Dr. Wolfgang Riemer, Heinrich Mann Gymnasium Köln;
Ursula Schmidt, ZfSL Hamm;
Dr. Christina Bauer, IGS Kurt Schumacher, Ingelheim

Kontakt-Adressen Redaktion und Vertrieb:

Kontaktformular auf: www.aulis.de/kontakt

Verlag: Aulis in der Stark Verlag GmbH,
Lilienthalstraße 2, 85399 Hallbergmoos,
Telefon 0811-60004-0

Hinweise: Einzelne Beiträge, Arbeitsblätter und Materialien dürfen entsprechend dem Urheberrecht zu Unterrichtszwecken bis zu Klassen- bzw. Kursstärke vervielfältigt werden. Die hierfür vom Gesetz vorgeschriebene Vergütung ist durch den Pauschalvertrag zwischen Kultusministerium und VG Wort abgedeckt. Der Inhalt dieses Heftes wurde sorgfältig erarbeitet. Dennoch übernehmen Autoren, Herausgeber und Verlag für die Richtigkeit von Angaben, Hinweisen und Ratschlägen sowie für eventuelle Druckfehler keine Haftung.

Der Verlag hat sich bemüht, die Urheber der abgedruckten Bilder und Texte ausfindig zu machen. Wo dies nicht gelungen ist, bitten wir diese, sich ggf. an den Verlag zu wenden.

Erscheinungsweise und Bezugsbedingungen:

Die Zeitschrift erscheint 6-mal im Jahr. Bezugspreis im Abonnement pro Jahr im Inland 64,90 Euro zzgl. Versandkosten 10,20 Euro. Einzelheft im Inland 15,90 Euro zzgl. Versandkosten 2,50 Euro (Inland). Buchhändler, Referendare und Studenten erhalten 25 % Rabatt auf den Bezugspreis zzgl. Versandkosten. Die Mindestbestelldauer des Abonnements beträgt ein Jahr. Die Abonnementsgebühren sind jährlich im Voraus nach Erhalt der Rechnung fällig. Das Abonnement läuft weiter, wenn es nicht mindestens zwei Monate vor Ablauf des berechneten Zeitraums schriftlich gekündigt wird.

Anzeigenverwaltung: Für Anzeigen gilt zur Zeit Anzeigenpreislise Nr. 7 vom 1.1.2017.

Redaktion: Katja Roth, Hünfeld
Gestaltung und Layout: Bernd Burkart, Weinstadt
Druck: grafik + druck GmbH, München