Wahrscheinlich? Zufall? Wahrscheinlich Zufall ...

Eigene, sorgfältig ausgewertete und reflektierte Experimente als solide Grundlage für die stochastische Begriffs- und Modellbildung – es gilt, die Vor-Einstellungen der Schülerinnen und Schüler ernst zu nehmen, ihnen Gelegenheit und Zeit zu geben, neue, bewusste Erfahrungen mit dem Zufall zu machen.

Wilfried Herget

Unterricht in Clausthal-Zellerfeld, Hochschultätigkeit in Braunschweig, Clausthal, Hildesheim, Duisburg und Bielefeld, jetzt Universität Halle-Wittenberg

Stellen Sie sich einmal vor, Sie hätten um hundert Mark gewettet, dass bei fünfmal Münze werfen wenigstens einmal „Zahl" fällt – was denken Sie dann wohl, wenn ein Wappen nach dem anderen fällt?

Vielleicht verlangen Sie, dass die Wette mit einer anderen Münze wiederholt wird, und ziehen aus Ihrem Portemonnaie irgendeine Münze. Es könnte sein, dass sich damit dann nacheinander etwa Wappen, Zahl, Zahl, Wappen, Wappen ergibt.

Was denken Sie wohl im Verlauf dieser zweiten Serie? In der beschriebenen Wettsituation hätte das Spiel schon nach dem zweiten Wurf abgebrochen werden können. Es hätte stattdessen auch anders weitergehen können, etwa Wappen, Zahl, Wappen, Zahl, Wappen – natürlich. Natürlich?

Welcher dieser drei Fünffach-Münzwürfe erscheint Ihnen als „zufälliger"? Was meinen Sie wohl, wie jemand mit „gesundem Menschenverstand" diese drei Wurfserien einschätzt? Wie geht es Ihren Schülerinnen und Schülern damit?

Und noch eine Frage: Wenn in den drei Fällen die jeweilige Münze noch ein sechstes Mal geworfen wird, was erwarten Sie dann?

„Die spinnen ..."

Können Sie sich vorstellen, Ihren nächsten Stochastikkurs oder die erste Stochastik-Stunde in der S I mit solchen Fragen zu beginnen? Oder jede Schülerin und jeden Schüler zunächst einen Lottoschein ausfüllen zu lassen und dann darüber zu sprechen, nach welchen Überlegungen die Einzelnen dabei vorgegangen sind und welche Erwartungen, Hoffnungen, Wünsche sie damit verbinden? In derartigen Unterrichtsstunden war ich immer wieder überrascht und fasziniert, wie sehr dabei tief verwurzelte, fast magische Begründungsmuster eine Rolle spielen.

In welchem anderen mathematischen Bereich kann ich so sehr auf Alltagsbezug, Ausgangsspannung und Wissensdurst hoffen? Mein Stochastikunterricht wäre der Renner – wenn ich doch nur die Frage nach den Lottozahlen der nächsten Ziehung beantworten könnte! Nun gut, allen ist natürlich klar, dass stochastisches Wissen dafür nicht ausreicht (sonst wäre ich ja Millionär und nicht Lehrer). Leider aber ist alles noch viel verzwickter.

Diese mathematische Disziplin hilft nicht nur nicht für diese ach so wesentlichen Lebensfragen, sondern widerspricht sogar immer wieder dem „gesunden Menschenverstand": Angeblich sollen alle drei oben beschriebenen Münzwurf-Ergebnisse gleich wahrscheinlich sein – aber so auffällige Muster wie im ersten und im dritten Fall sind doch viel seltener! Münzen sollen kein Gedächtnis haben – nun gut, warum auch; aber wie schaffen sie es dann, dass bei 1000 Münzwürfen rund 500 mal Wappen fällt? Mikes Kommentar werde ich nicht vergessen: „Die spinnen, die Stochastiker ..."

Vorstellungen ernst nehmen

Wenn ich erfolgreich unterrichten will, muss ich diese Vor-Einstellungen meiner Schülerinnen und Schüler ernst nehmen. Wer kennt nicht selbst die Erfahrung, wie selten beim „Mensch ärgere dich nicht!" eine Sechs fällt?! Jedenfalls viel seltener als eine Drei, zum Beispiel. Ganz sicher! – Da greifen die üblichen geometrischen Symmetrie-Argumente allein viel zu kurz: Der Würfel hat ersichtlich sechs völlig gleichberechtigte Seiten, die eher „zufällig" mit den Augenzahlen bezeichnet wurden – das ist zwar einleuchtend, reicht aber für sich allein nicht aus, um wirklich nachhaltig zu überzeugen. Das ist so, als würde man einen alten, verwitterten, von Wind und Wetter gezeichneten Fensterrahmen einfach nur oberflächlich mit Farbe überstreichen: Schnell ist der Lack ab. Es gilt hier wie dort, zunächst für eine tragfähige, dauerhafte Unterlage zu sorgen.

Eine solide Grundlage sind eigene, sorgfältig und bewusst registrierte, ausgewertete und reflektierte Untersuchungen (Experimente). Das braucht Zeit. Ich muss mir Zeit nehmen und den Schülerinnen und Schülern die Zeit lassen, neue, andere, bewusste Erfahrungen mit dem Zufall zu machen. Nur so sind die emotional geprägten und damit tief verwurzelten, unbewussten Vor-Einstellungen aufzuweichen. Dazu gehört zum Beispiel, in der Klasse bzw. dem Kurs die obige Wettsituation so oft durchzuspielen und auszuwerten, dass alle von der prinzipiellen Gleichwahrscheinlichkeit für jedes der möglichen Ergebnisse des fünffachen Münzwurfs überzeugt sind.

Wer damit Schwierigkeiten hat, ist in guter Gesellschaft. Selbst d'Alembert wandte sich 1754 gegen die Gleichwahrscheinlichkeit der vier Ausfälle beim zweifachen Münzwurf und argumentierte leidenschaftlich für die Wahrscheinlichkeit 1/3 für jedes der drei Ereignisse 0, 1, 2 Wappen! Durch die sehr ausführliche und lesenswerte Analyse von Manfred Borovcnik (1992) habe ich vieles von dem besser verstanden, was ich an Meinungen von Schülerinnen und Schülern angesichts derartiger Problemstellungen erlebt hatte.

Auch die Erfahrungen von Heinz Klaus Strick mit einem detaillierten Vorab-Fragebogen (in diesem Heft, S. 52 ff.) bestätigen, wie sehr die Antworten auf solche Fragen durch unbewusste, meist gerade nicht stochastische Strategien, durch den Antwort-Druck, aber auch durch kleine Unterschiede in der Formulierung beeinflusst werden (siehe auch Lehn/Roes). Ich bemühe mich jedenfalls seither, zurückhaltender mit dem schlichten „Richtig/Falsch" auf solche Antworten umzugehen. Sehr oft habe ich feststellen müssen, dass es an meiner Fragestellung lag, die in die Irre führte: Sie passte zwar zu der „offiziellen" Sicht der mathematischen Stochastik, nahm aber keine Rücksicht auf die eher „unverdorbene" Sicht meiner Schülerinnen und Schüler, die dann schnell dazu verführt wurden, eine ganz andere Frage zu beantworten.

Stochastisches Denken entwickeln

Wie kann es nun gelingen, diese Vor-Einstellungen aufzugreifen und an einfachen, aber informativen Experimenten entlang weiterzuentwickeln bis hin zu tragfähigen und dauerhaften „stochastischen Grundvorstellungen" (Bender)? Für mich waren die sehr unterrichtspraktischen Anregungen von Wolfgang Riemer (1985, 1991) ausgesprochen hilfreich. Dabei ist typisch für viele der dort ausführlich beschriebenen Beispiele (siehe auch den „Schokoladentest" von Wolfgang Riemer und Werner Petzold auf Seite 16 ff.):

- Der Unterricht lebt von ausgewählten Experimenten, die echte Fragen beantworten.
- Vor Durchführung der Experimente werden die Erwartungen der Lernenden festgehalten.
- Grundvoraussetzungen werden formuliert und präzisiert. Darauf aufbauend werden (mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung) Prognosen für Versuchsausgänge begründet.
- Schließlich werden diese Prognosen mit den Versuchsergebnissen und den ursprünglichen Erwartungen verglichen.

Im Folgenden beschreibe ich eine Problemstellung, mit der ich sehr gute Erfahrungen in derartigen Einstiegssituationen im Schulunterricht und an der Universität gemacht habe. Es handelt sich dabei um ein Standardbeispiel, den mehrfachen Münzwurf. Entscheidend dabei ist, **wie** dieses Beispiel im Unterricht behandelt wird. Wichtig sind mir die Details, die Ausführlichkeit der Auseinandersetzung mit den Vor-Einstellungen der Lernenden und den Ergebnissen der selbst gestalteten, bewusst beobachteten und sorgfältig ausgewerteten Experimente; wichtig ist der Wechsel zwischen Einzelarbeit, Gruppenarbeit und Klassengespräch; wichtig ist das erlebte Spannungsfeld zwischen eigenen Experimenten, eigener und gemeinsamer Reflexion und gemeinsamer mathematisch-abstrahierender Modellbildung.

Zensuren mit vier Münzen

Die Ausgangssituation ist ersichtlich konstruiert, sie weckt dennoch (oder deswegen?) stets das Interesse meiner Schülerinnen und Schüler.

Lehrer Lämpel hat wegen eines überraschenden Frühlingseinbruchs leider keine Zeit, die Stochastik-Klassenarbeiten ausführlich zu korrigieren. Letztes Jahr hat er in einer ähnlichen Lage die Noten einfach mit einem schlichten Würfel ausgewürfelt – aber leider gab es dabei ungefähr ein Drittel Fünfen und Sechsen und entsprechend viel Ärger mit der Klasse, den Eltern und mit dem Schulleiter. Er vergibt daher diesmal die Notenpunkte wie folgt: Für jede Arbeit wirft er vier (ideale) Münzen, zählt, wie oft dabei „Wappen" gefallen ist, addiert 1 und notiert dieses Ergebnis als Note. Damit kommen höchstens die Noten 1, 2, 3, 4 und 5 vor.
Wie wird wohl die Klassenarbeit ausfallen? Wird es diesmal weniger Ärger geben?

Aushandeln eines Erwartungsmusters

Zunächst überlegt sich jede Schülerin und jeder Schüler, wie sich wohl bei diesem Verfahren die 26 Klassenarbeiten der Klasse auf die einzelnen Noten verteilen würden. Dann erhalten sie den Auftrag, sich jeweils mit der Nachbarin bzw. dem Nachbarn auf eine gemeinsame Schätzung zu einigen.

Wir tragen die 13 Meinungen in einer Tabelle an der Tafel zusammen (**Tab. 1**, oberer Teil). Die Erwartungen gehen zunächst auseinander. Nun beginnt die lebhafte Diskussion über diese unterschiedlichen Einschätzungen in der gesamten Lerngruppe, doch recht bald kristallisiert sich ein „Erwartungsmuster" heraus, das von der großen Mehrheit der Klasse mitgetragen wird. Dabei spielen auch Symmetrie-Argumente eine wichtige, überzeugende Rolle: „Es müssen ungefähr genau so viele Zweien sein wie Vieren!" „Aber nur ungefähr, sonst wär's ja kein Zufall!"

Wichtig ist mir dabei, dass hier nichts berechnet wird, sondern dass allein durch Argumente ausgehandelt und abgestimmt wird. Wir halten schließlich dieses „vorläufige amtliche Endergebnis" unserer Vorab-Erwartungen an der Tafel fest (Tab. 1, unterer Teil).

Die experimentelle Phase

Nun sind alle sehr gespannt, was wirklich passiert! Jeweils zu zweit wird Lehrer Lämpels Notengebung simuliert: Arbeitsteilig werden die vier Münzen geworfen, zu jedem Wurf die Anzahl Wappen notiert. Dabei stellt sich auch heraus, dass es gar nicht so einfach ist, die Münzen immer wieder von Neuem sehr sorgfältig zu „mischen". Ich kann sehr unterschiedliche Techniken bewundern. Probieren Sie es selbst einmal aus! Auf das dabei entstehende „Gefühl für (Un-)Abhängigkeit aufeinander folgender Ergebnisse" kann ich später gut zurückgreifen, und erste Diskussionen über „Was ist eigentlich Zufall?" flackern auf (vgl. auch Sill).

Das sind immer sehr turbulente Minuten, alle sind hellwach und mit

AnzahlWappen → ↓ Gruppe Note →	0 1	1 2	2 3	3 4	4 5
Melanie/Hildegard	0	6	15	5	0
Bert/Mike	1	5	10	8	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Gemeinsam erwarteter Notenspiegel	1	5	14	5	1
Prozentualer Anteil	4 %	19 %	54 %	19 %	4 %

Tab. 1: So entsteht unser „Gemeinsames Erwartungsmuster"

Begeisterung dabei. Manche Würfe werden deutlich personifiziert: „Jetzt kommt meine eigene Arbeit dran – mal sehen, was ich geschrieben habe..." Jede Gruppe erstellt anschließend einen Notenspiegel: Wie viele Einsen, Zweien, Dreien, Vieren, Fünfen gab es? Schließlich steht fest: Der Ausfall ist offensichtlich durchweg „besser" als beim schlichten „Zensuren-Würfeln" – der Anteil der Fünfen liegt fast immer unter 10 % (zumindest der Schulleiter würde also diesmal damit zufrieden sein können).

Diskussion

Die Ergebnisse der 13 „Klassenarbeiten" werden an der Tafel zusammengetragen **(Tab. 2)** und daraus ein „Gesamtnotenspiegel" ermittelt (erst jetzt wird gerechnet), der die prozentualen Anteile der verschiedenen Noten enthält. Ganz zum Schluss ein sehr wichtiger Schritt, der die letzte Zeile der Tabelle 2 liefert (vgl. Riemer 1985): Aus dem Gesamt-Notenspiegel (der ja bereits „Ausreißer" bei Einzelergebnissen für alle erkennbar geglättet, „weggemittelt" hat) wird eine Prognose für die nächste Klassenarbeit gewagt.

Wesentlich dabei ist, dass spätestens jetzt die „theoretische" Symmetrie für die beiden Notenpaare 1 und 5, 2 und 4 erkannt wird (Gedankenexperiment: Münzwurf auf einem Glastisch, einmal von oben und zugleich von unten betrachtet – dies transformiert die Anzahl Wappen in die Anzahl Zahl und umgekehrt) und dann daraus (mathematische Modellbildung!) auf eine sinnvollerweise symmetrische Prognose geschlossen wird: Die Vorhersage wird „besser", wenn die Werte für 1 und 5 ausgeglichen werden und für beide Noten dieselbe Prognose – hier $\frac{1}{2}(6{,}7\,\% + 7{,}4\,\%)$ – gegeben wird. Für die Noten 2 und 4 wird dann genauso verfahren, für die Note 3 gibt es nichts Besseres als die relative Häufigkeit.

Damit wird die Wahrscheinlichkeit als bestmögliche Prognose vorbereitet (vgl. **Abb. 1**) und zugleich verhindert, dass Wahrscheinlichkeit entweder allein mit relativer Häufigkeit gleichgesetzt wird oder allein mit Symmetrie-Überlegungen in Verbindung gebracht wird, vgl. Riemer 1985, S. 26 f; Borovcnik, S. 98 ff. Dieser Schluss ist ausgesprochen wertvoll, trägt weit über dieses einzelne Beispiel hinaus und verdient entsprechend Zeit und Beachtung!

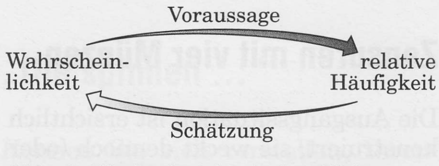

Abb. 1: Wechselspiel zwischen Wahrscheinlichkeit und relativen Häufigkeiten

AnzahlWappen → ↓ Gruppe Note →	0 1	1 2	2 3	3 4	4 5
Melanie/Hildegard	1	6	10	7	2
Bert/Mike	2	7	11	5	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Summe	20	87	129	77	25
Gesamt-Notenspiegel (prozentualer Anteil)	6,7 %	25,7 %	38,2 %	22,8 %	7,4 %
Prognose	7 %	24 %	38 %	24 %	7 %

Tab. 2: So entsteht unsere Prognose für die nächste Klassenarbeit

Die anschauliche Darstellung des „eigenen" Notenspiegels und des „Gesamt-Notenspiegels" jeweils als Histogramm kann auf die Hausaufgabe delegiert werden.

Berechnung der Wahrscheinlichkeiten

Erst jetzt schließt sich „endlich" die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsverteilung für diese Situation an. Dies kann und sollte wenigstens auf zwei grundsätzlich verschiedenen Wegen geschehen: Zum einen über eine systematische vollständige Aufzählung eines geeigneten Ergebnisraums **(Abb. 2)**, zum anderen über ein Baumdiagramm **(Abb. 3)**. Beides sind einfache, fast universelle Hilfsmittel, und die bewusste Gegenüberstellung verschiedener Lösungswege öffnet unterschiedliche Blickwinkel auf die Situation, spricht die unterschiedlichen Lerntypen an und trägt so zu einem breiteren Verständnis bei.

Die Auflistung in Abbildung 2 enthält lauter gleichberechtigte Fälle („Elementarereignisse"), die damit sinnvollerweise als gleichwahrscheinlich anzunehmen sind. Daraus ergibt sich dann über die hier interessierenden zusammengesetzten Ereignisse (Anzahl Wappen) die gesuchte Wahrscheinlichkeitsverteilung **(Abb. 4)**. Daran entlang kann auch – jetzt oder zu einem späteren Zeitpunkt – der Begriff der Zufallsgröße thematisiert werden. Schließlich könnte etwas später, etwa nach Behandlung der Binomialverteilung und darauf aufbauend dann eine entsprechende Lehrer-Lämpel-15-Münzen-Strategie für die obligatorische 15-Punkte-Notenskala diskutiert werden.

Paradoxa als Einstieg?

Die oben beschriebenen Beispiele, aber auch das von Bernd Wollring auf S. 9 ff. analysierte Spiel zeigen, dass bereits in einfachen, überschaubaren Situationen genügend Zündstoff für intensive, durchaus anstrengende Auseinandersetzung und anspruchsvolles Ringen um eine „richtige Lösung" steckt. Als Eingangssituation dagegen weniger geeignet scheinen mir einige bekannte „Hirnverzwirner" zu sein, wie etwa das klassische Teilungsproblem (problème des partis, ausführlich bei Barth/Haller 1984). Trotz redlichen Bemühens, für die klassische, wahrscheinlichkeitstheoretische Lösung zu werben, bleiben dabei doch immer

W	W	W	W	→ 1 Fall „4-mal Wappen"
W	W	W	Z	
W	W	Z	W	
W	Z	W	W	
Z	W	W	W	→ 4 Fälle „3-mal Wappen"
W	W	Z	Z	
W	Z	W	Z	
Z	W	W	Z	
W	Z	Z	W	
Z	W	Z	W	
Z	Z	W	W	→ 6 Fälle „2-mal Wappen"
Z	Z	Z	W	
Z	Z	W	Z	
Z	W	Z	Z	
W	Z	Z	Z	→ 4 Fälle „1-mal Wappen"
Z	Z	Z	Z	→ 1 Fall „0-mal Wappen"

Abb. 2: Aufzählung von Elementarereignissen (W = Wappen, Z = Zahl)

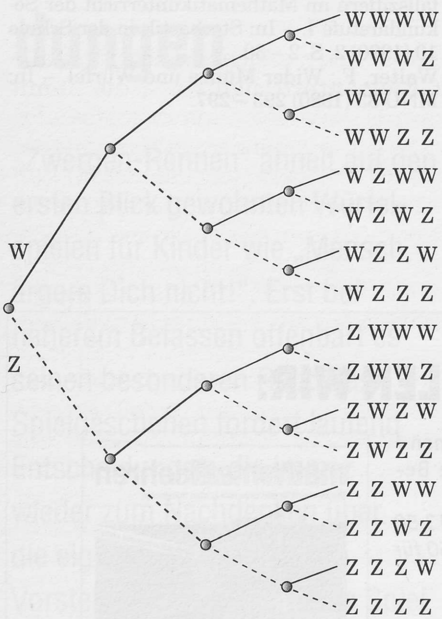

Abb. 3: Der Baum der Elementarereignisse

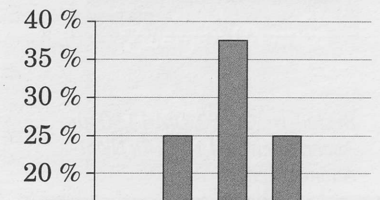

Abb. 4: Die Modell-Wahrscheinlichkeitsverteilung

viele, zu viele skeptische Gesichter übrig – über das, was „gerecht" ist, lässt sich gerade bei diesem Beispiel trefflich streiten.

Das 3-Türen-Problem oder damit verwandte Probleme würde ich erst zu einem späteren Zeitpunkt im Unterricht behandeln. Die Analyse von Thomas Jahnke in diesem Heft (S. 47ff.) zeigt, wie sehr hier Meinungen auseinander gehen und wie schwer es ist, für die „richtige Lehrmeinung" zu überzeugen. Gerade zu Beginn ist es insbesondere für die Schülerinnen und Schüler wichtig, gemeinsam zu verwertbaren und möglichst 'alle überzeugenden neuen Erkenntnissen zu gelangen.

Wohlgemerkt gibt es Wichtigeres als zu gewinnen. Ein Grund mehr für mich, über die Zensuren einzusteigen: Da bleibt es nicht aus, auch über Gerechtigkeit und über Fairness zu reden – bis hin zu der tiefen Frage, welchen Einfluss der Zufall tatsächlich auf eine Schulnote hat. Was ist dabei eigentlich „der Zufall"? Hier ist ein Brückenschlag zwischen der Umgangssprache und der Fachsprache gefordert (siehe etwa Sill), Ziel ist verständiges Erschließen und kompetentes Anwenden mathematischer Begriffe und Verfahren (Schmidt).

„Würfelbuden-Mathe"?

Unter dem Motto „Wider Münze und Würfel" (Walter) ist oft für eine stärkere Betonung von realistischen Anwendungssituationen im Stochastikunterricht geworben worden. Natürlich muss im Unterricht Raum sein für aktuelle Anwendungen der Stochastik, und zwar durchaus frühzeitig und immer wieder. Es sollte aber deutlich geworden sein, wie attraktiv und wie wertvoll „künstliche" Situationen für geeignet dargebotene Einstiegsprobleme sind: Zur Entwicklung von tragfähigen Grundvorstellungen plädiere ich bewusst für Münze, Würfel, Reißzwecke, Glücksrad, Roulette, Kartenspiele, Lotto und Strümpfe (den Tipp, Strümpfe statt der seltsamen Urnen zu verwenden, verdanke ich Dagmar Tost Anfang der 80er Jahre). Allein daraus ergibt sich bereits eine große Vielfalt an Standardmodellen, auf die auch in Anwendungssituationen zurückgegriffen werden kann. Durch Deformationen wird das Spektrum schließlich fast unerschöpflich: Aus dem Würfel wird ein Quader bis hin zum „Riemer-Würfel", zum historischen Astragalus oder durch „Plätten" gar zur Münze; aus dieser wird durch eine zunächst winzig kleinen Stift eine Reißzwecke und schließlich ein Nagel (der dann nur noch eine einzige Lage kennt).

Wie ein interessanter Einstieg selbst in die BAYES-Statistik allein mit Strümpfen, pardon: Urnen, bereits in der S I möglich wird, hat Riemer (1985) eindrucksvoll gezeigt. Folgt man dem Konzept von Heinz Klaus Strick (1980) und reduziert Kombinatorik und „Wahrscheinlichkeits-Mengenlehre" auf das Notwendige, dann ist die beurteilende Statistik tatsächlich sogar im Grundkurs erreichbar. Je weiter wir im Stochastikunterricht fortschreiten, umso mehr wird die – ja durchaus abwechslungsreiche und erkenntnisstiftende – „Würfelbuden-Mathematik" zurücktreten können und durch „Stochastik im Alltag" (Kütting 1985) abgelöst werden können. Überzeugende Beispiele finden sich etwa bei Strick, Griesel/Postel, Diepgen, Kütting, Althoff und Puscher. Dazu gehören sicherlich auch die Beiträge in diesem Heft von Heinz Böer zum Simpson-Paradoxon in der Kriminalitätsstatistik (S. 12 ff.), die „Misstrauensregeln" von Lutz Führer zum Umgang mit Graphiken (S. 61 ff.) und der „Schokoladen-Test" von Riemer/Petzold (S. 16 ff.), mit dem sie einen Bogen von der beschreibenden Statistik zur beurteilenden Statistik schlagen.

Stochastik ist anders

Peter Bender (1997, S. 31) bringt es auf den Punkt: „ ‚Anwendbarkeit und Nützlichkeit in vielen Bereichen der Gesellschaft' (viel augenfälliger als bei der Linearen Algebra) sowie ‚in wesentlichen Teilen leichte Zugänglichkeit' (viel elementarer als bei der Analysis) und trotzdem 'gehaltvoller Stoff' sollten eigentlich schlagkräftige Argumente für eine ausführliche Behandlung der Stochastik in der allgemeinbildenden Schule sein."

Spannend, aufregend und immer wieder voller Überraschungen – kein anderes Gebiet der Mathematik erweist sich als so schillernd, konfrontiert derart mit Emotionen und persönlicher Betroffenheit, mit intuitiven Vorannahmen und Vorurteilen wie die Stochastik. Kein anderes Gebiet erweist sich in der Tat als derart „unberechenbar", manchmal geradezu widerspenstig: „Unschwer wirst du sehen, dass dieser Zweig der Mathematik oft nicht weniger verzwickt als ergötzlich ist“ (Daniel Bernoulli). Trotz aller Mühe bleibt die Vorhersage des nächsten Münzwurf-Ergebnisses schlichtweg „Glückssache“ – fast sieht es so aus, als wäre nur eines wirklich ganz sicher: In der Stochastik ist nichts wirklich sicher!

In wohl keinem anderen Teilgebiet der Mathematik ist es so schwer, das (Zerr-)Bild der allmächtigen, immer hundertprozentig erfolgreichen, vollkommenen, für alle Probleme stets Sicherheit und Gewissheit stiftenden Mathematik aufrecht zu erhalten. Und wohl nirgendwo sonst ist es so leicht, die Erfolglosigkeit eines Unterrichts zu erfahren, der nach dem Muster „Einstiegsbeispiel, Rechenrezept vorstellen, Üben, Anwenden“ abläuft und der Idee einer Lehrer-Schüler-Einbahnstraßen-Vermittlung folgt. Wer Stochastik unterrichtet, stellt sich dem Risiko. Stochastik ist einfach anders – nicht immer einfach, aber immer (öfter) lohnend. Viel Glück!

Literatur

Althoff, Heinz: Erfahrungen mit zwei Leistungskursen – Abituraufgaben. – In: Stochastik in der Schule 16 (1996) 3, S. 18–26.

Althoff, Heinz/ Koller, Dieter: Mathematik – Mündliches Abitur. Anregungen und Hilfen für Schüler und Lehrer. – Klett, Stuttgart 1992.

Barth, F./Haller, R.: Stochastik LK. – Ehrenwirth, München 1984.

Bender, Peter: Grundvorstellungen und Grundverständnisse für den Stochastikunterricht. – In: Stochastik in der Schule 17(1997)1, S. 8 – 33.

Borovcnik, Manfred: Stochastik im Wechselspiel von Intuitionen und Mathematik. – BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1992.

Diepgen, R./Kuypers, W./Rüdiger, K.: Mathematik SII - Stochastik GK. – Cörnelsen-Schwann, Düsseldorf 1989.

Griesel, H./Postel, H. (Hg.): Mathematik heute. GK Stochastik. – Schroedel, Hannover 1990.

Herget, Wilfried: Zensuren würfeln? – In: Prüfen und Beurteilen – zwischen Fördern und Zensieren. Jahresheft XIV/1996. Friedrich Verlag, Velber 1996, S. 126 – 127.

Ineichen, R.: Modellbildung von Zufallsphänomenen im Laufe der Geschichte. Einige Illustrationen zur Didaktik der Stochastik. – In: MU 36 (1990) 6, S. 41 – 49.

Kütting, Herbert: Stochastisches Denken in der Schule – Grundlegende Ideen und Methoden. – In: MU 31 (1985) 4, 87 – 106.

Kütting, Herbert: Beschreibende Statistik im Schulunterricht. – BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1994.

Kütting, Herbert: Didaktik der Stochastik. – BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1994.

Lehn, J. / Roes, H.: Probleme beim Aufgabenstellen in der Stochastik. – In: MU 36 (1990) 6, S. 29 – 35.

Puscher, Regina: Freie Übungsphasen in einem Stochastik-Kurs. – In: mathematik lehren, Heft 79 (1996), S. 60 – 65.

Riemer, Wolfgang: Neue Ideen zur Stochastik. – BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1985.

Riemer, Wolfgang: Stochastische Probleme aus elementarer Sicht. – BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim 1991.

Schmidt, Günter: Schwächen im gegenwärtigen Stochastikunterricht und Ansätze zu ihrer Behebung. – In: MU 36 (1990) 6, S. 20 – 28.

Sill, Hans-Dieter: Zum Zufallsbegriff in der stochastischen Allgemeinbildung. – In: ZDM (1993) 2, S. 84 – 88.

Strick, Heinz Klaus: Einführung in die Beurteilende Statistik. – Schroedel, Hannover 1980/1986.

Trauerstein, Heinz: Zur Simulation mit Zufallsziffern im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I. – In: Stochastik in der Schule 10 (1990) 2, S. 2 – 30.

Walter, F.: Wider Münze und Würfel. – In: MNU 33 (1980) 293 – 297.