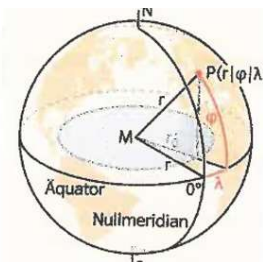


Das Kugelkoordinatensystem der Erde erleben Mit GPS und Geschwindigkeitsvektoren durchs Autobahnkleeblatt

Bewegungen, die man mit Smartphones, Fitnesstrackern oder Navigationsgeräten aufzeichnet, werden als .gpx-Dateien gespeichert. Wenn man sie im Browser oder einem Texteditor öffnet, erkennt man, dass sie „Trackpunkte“ enthalten, die sich gemäß Fig. 2 aus geographischer Breite: „latitude“ ($-90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$), geographischer Länge: „longitude“ ($-180^\circ \leq \lambda \leq +180^\circ$) und Aufnahmezeitpunkt zusammensetzen. $\varphi = 90^\circ$ entspricht dem Nordpol, $\varphi = 0^\circ$ dem Äquator. Greenwich, ein Londoner Vorort liegt auf dem Nullmeridian mit $\lambda = 0^\circ$. Fig. 3 zeigt in den Spalten B-D die Trackpunkte der Fahrt durch ein Autobahnkreuz, deren Auswertung bei $\lambda = 6,968738^\circ$, $\varphi = 50,885438^\circ$ um 18:41:40 Uhr beginnt. Wir betrachten im Folgenden die Erde als Kugel mit Radius 6370 km (Zelle E1).

```
<trkpt lat="50.884195" lon="6.968778">
<time>2026-02-04T18:41:38Z</time></trkpt>
<trkpt lat="50.884367" lon="6.968758">
<time>2026-02-04T18:41:39Z</time></trkpt>
<trkpt lat="50.884538" lon="6.968738">
<time>2026-02-04T18:41:40Z</time></trkpt>
```

Fig. 1: Drei Datenpunkte von kleeblatt.gpx im Sekundenabstand aufgezeichnet



aus: Lambacher-Schweizer: Mathematik Qualifikationsphase
Leistungskurs/Grundkurs, ISBN 978-3-17-735401-0, Seite 435 Fig. 1

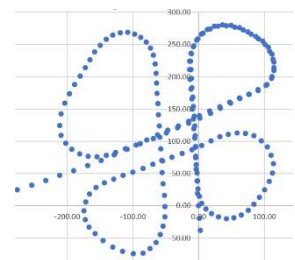
$$\begin{aligned}\varphi &= \text{lat} = \text{Breite} \dots \text{Richtung} \rightarrow \text{Norden} \\ \lambda &= \text{lon} = \text{Länge} \dots \text{Richtung} \rightarrow \text{Osten} \\ y &= \frac{\text{lat} - \text{lat}_0}{180} \pi \cdot r \quad (\text{Erdradius } r = 6370000) \\ x &= \frac{\text{lon} - \text{lon}_0}{180} \pi \cdot r \cdot \cos\left(\frac{\text{lat}}{180} \cdot \pi\right)\end{aligned}$$

Fig. 2: Kugelkoordinatensystem

- Berechnen Sie, wie viele km nördlich des Äquators und östlich von Greenwich dieser Startpunkt liegt.
- Finden Sie heraus, um welches Autobahnkreuz es sich handelt. Sie können kleeblatt.gpx in einer digitalen Landkarte (z. B. OpenStreetMap) abfahren.
- Prüfen Sie z. B. mit einer Dreisatzrechnung, dass sich das Auto
 - um 0,1112 m nach Norden bewegt, wenn sich φ um $0,000001^\circ$
 - um 0,0701 m nach Osten bewegt, wenn sich λ um $0,000001^\circ$ vergrößert.
 Begründen Sie die unterschiedlichen Ergebnisse anschaulich.
- Begründen Sie die Umrechnungsformeln aus Fig. 2 und führen Sie Berechnungen wie in c) für Oslo und Spitzbergen durch.
- Erläutern Sie, wie man in Fig. 3 die Positionen x und y in den Spalten E, F und das Tempo in Spalte I berechnet.
- Zeichnen Sie mit Ihrem MMS den Graphen des Geschwindigkeitsverlaufs während der Durchfahrt durch das Autobahnkreuz in Abhängigkeit (i) vom zurückgelegten Weg und (ii) von der verstrichenen Zeit.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1			Erdradius (m) ->		6370000	4018739	<- Breitenkreisradius (m)		
2					6.96874	50.8845	<- Kartenursprung		
3	sek	φ (Lat)	λ (Lon)	Zeit	x (m)	y (m)	vx (m/s)	vy (m/s)	v (km/h)
4		50.884195	6.968778	18:41:38	2.81	-38.13			
5		50.884367	6.968758	18:41:39	1.40	-19.01	-1.40	19.12	69
6	0	50.884538	6.968738	18:41:40	0.00	0.00	-1.40	19.01	69
7	1	50.884712	6.968718	18:41:41	-1.40	19.34	-1.40	19.34	70
8	2	50.884883	6.968700	18:41:42	-2.67	38.36	-1.26	19.01	69
9	3	50.885050	6.968685	18:41:43	-3.72	56.92	-1.05	18.57	67
10	4	50.885212	6.968677	18:41:44	-4.28	74.93	-0.56	18.01	65

Fig. 3 Fahrprotokoll



Die Daten aus den Spalten A-C sind als Textdatei zum Übertragen in Ihr MMS verfügbar, ebenso das Protokoll eines Landeanflugs, das zusätzlich die Flughöhe enthält.

kleeblatt.gpx kann man mit
<https://www.gpsvisualizer.com/>
bearbeiten oder in

<https://www.opentopomap.org/#map=7/49.271/9.822>
nachfahren. Man lädt kleeblatt.gpx durch Klicken auf den gpx-Knopf in die Karte hinein.

